

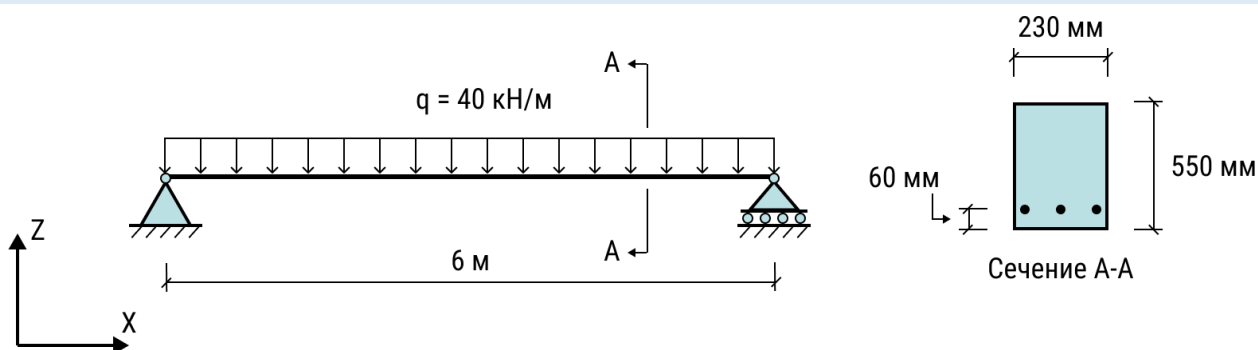
## ПОДБОР ПРОДОЛЬНОГО И ПОПЕРЕЧНОГО АРМИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ИЗГИБАЕМОЙ БАЛКИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

### ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается шарнирно опёртая железобетонная балка с сечением шириной  $b = 230$  мм и высотой  $h = 550$  мм. Длина балки 6 м. Используется тяжёлый бетон класса В20, продольная арматура класса А500 и поперечная арматура класса А400. Защитный слой арматуры  $a = 60$  мм.

К балке прикладывается длительная равномерно распределённая нагрузка  $q = 40$  кН/м. Определяется требуемая площадь продольного и поперечного армирования.

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



#### Свойства сечения

$$h = 550 \text{ мм}$$

– высота сечения

$$b = 230 \text{ мм}$$

– ширина сечения

$$a = 60 \text{ мм}$$

– защитный слой до центра тяжести арматуры

#### Свойства материалов

Бетон В20

$$E_b = 27\,500\,000 \text{ кН/м}^2$$

– модуль упругости

$$R_{bn} = 11\,000 \text{ кН/м}^2$$

– нормативное сопротивление сжатию

$$R_{btn} = 1\,350 \text{ кН/м}^2$$

– нормативное сопротивление растяжению

Арматура А500 – продольная

$$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$$

– модуль упругости

$$R_{sn} = 500\,000 \text{ кН/м}^2$$

– нормативное сопротивление

Арматура А240 – поперечная

$E_{sw} = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{swn} = 240\,000 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление
<b>Коэффициенты</b>	
$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{bt} = 1.5$	– коэффициент надёжности по бетону при растяжении
$\gamma_{b1} = 0.9$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре

#### АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{15\,000}{1.3} \cdot 0.9 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 10\,385 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.2 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому растяжению:

$$R_{bt} = \frac{R_{btn}}{\gamma_{bt}} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b5} = \frac{1\,350}{1.5} \cdot 0.9 \cdot 1.0 = 810 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А500 на растяжение:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{500\,000}{1.15} = 434\,783 \text{ кПа.}$$

Согласно п. 6.2.9 [1] определяем расчётное сопротивление поперечной арматуры класса А240:

$$R_{sw} = 0.8 \cdot \frac{R_{swn}}{\gamma_s} = 0.8 \cdot \frac{240\,000}{1.15} = 166\,957 \text{ кПа} < 300\,000 \text{ кПа.}$$

Максимальные усилия в элементе в середине пролёта

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{40 \cdot 6^2}{8} = 180 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

на опорах

$$Q = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{40 \cdot 6}{2} = 120 \text{ кН}.$$

Находим минимальную и требуемую площадь продольной арматуры в сечении с максимальным изгибающим моментом (в середине балки).

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{2.17 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.493,$$

где

$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{434\,783}{200\,000\,000} = 2.17 \cdot 10^{-3}$  – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных  $R_s$ , определяемая по формуле 8.2 [1];

$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3}$  – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных  $R_b$ , принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.

Вычисляем коэффициенты  $\alpha_R$  и  $\alpha_m$  согласно п. 3.2.5 и формуле 3.22 [2]:

$$\alpha_R = \xi_R \cdot (1 - 0.5 \cdot \xi_R) = 0.493 \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.493) = 0.372;$$

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{180}{10\,385 \cdot 0.23 \cdot 0.49^2} = 0.314,$$

где

$$h_0 = h - a = 0.55 - 0.06 = 0.49 \text{ м} - \text{рабочая высота сечения}.$$

Так как  $\alpha_m < \alpha_R$ , то сжатая арматура в сечении не требуется, то есть  $A'_s = 0 \text{ мм}^2$ .

Вычисляем требуемую площадь растянутой продольной арматуры по формуле 3.23 [2]:

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{R_b \cdot b \cdot h_0 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m})}{R_s} = \\ &= \frac{10\,385 \cdot 0.23 \cdot 0.49 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0.314})}{434\,783} = 0.001049 \text{ м}^2 = 1\,049 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Вычисляем минимальную площадь растянутой продольной арматуры согласно п. 10.3.6 [1]:

$$A_{s,min} = \frac{\mu_{s,min}}{100 \%} \cdot b \cdot h_0 = \frac{0.1}{100} \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 0.000113 \text{ м}^2 = 113 \text{ мм}^2 < A_s,$$

где

$\mu_{s,min} = 0.1 \%$  – минимальный процент армирования для изгибаемых элементов.

Находим минимальную и требуемую площадь поперечной арматуры. В п. 8.1.33 [1] описана методика расчёта, которая допускает производить расчёт наклонных сечений, не рассматривая наклонные сечения. Будем рассматривать три расчётных сечения:

- на расстоянии 0.1 м от опоры: в данном случае выполняются условия  $a < 2.5h_0$  и  $a < h_0$ ;
- на расстоянии 1.2 м от опоры: в данном случае выполняется условие  $a < 2.5h_0$ ;
- на расстоянии 1.3 м от опоры: в данном случае выполняется условие  $a \geq 2.5h_0$ .

Случай 1:  $a = 0.1$  м

Усилие в сечении  $Q_1 = 116$  кН.

Усилие, воспринимаемое бетоном, вычисляем согласно формуле 8.61 и положениям п. 8.1.33 [1]:

$$Q_{b1} = 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 0.5 \cdot 810 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 45.64 \text{ кН};$$

$$Q'_{b1} = Q_{b1} \cdot \frac{2.5}{\frac{a}{h_0}} = 45.64 \cdot \frac{2.5}{\frac{0.1}{0.49}} = 559.09 > 2.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 2.5 \cdot 810 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 228.22 \text{ кН},$$

поэтому  $Q'_{b1} = 228.22$  кН.

$Q_1 < Q'_{b1}$ , поэтому поперечная арматура по расчёту не требуется.

Случай 2:  $a = 1.2$  м

Усилие в сечении  $Q_1 = 72$  кН.

Усилие, воспринимаемое бетоном, вычисляем согласно формуле 8.61 и положениям п. 8.1.33 [1]:

$$Q_{b1} = 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 0.5 \cdot 810 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 45.64 \text{ кН};$$

$$Q'_{b1} = Q_{b1} \cdot \frac{2.5}{\frac{a}{h_0}} = 45.64 \cdot \frac{2.5}{\frac{1.2}{0.49}} = 46.59 < 2.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 2.5 \cdot 810 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 228.22 \text{ кН},$$

поэтому  $Q'_{b1} = 46.59$  кН.

$Q_1 > Q'_{b1}$ , поэтому поперечная арматура по расчёту требуется.

Усилие, воспринимаемое поперечной арматурой:

$$Q_{sw,1} = Q_1 - Q'_{b1} = 72 - 46.59 = 25.41 \text{ кН};$$

$$Q'_{sw,1} = Q_{sw,1} = 25.41 \text{ кН}.$$

Проверяем условие формулы 8.60 [1]:

$$Q_1 = 72 \text{ кН} = Q'_{b1} + Q'_{sw,1} = 46.59 + 25.41 = 72 \text{ кН}.$$

Дополнительно проверяем условие формулы 8.55 [1]:

$$Q = 72 \text{ кН} < \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 = 0.3 \cdot 10\,385 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 351.10 \text{ кН}.$$

Минимальная интенсивность армирования:

$$q_{sw,min} = 0.25 \cdot R_{bt} \cdot b = 0.25 \cdot 810 \cdot 0.23 = 46.58 \text{ кН/м},$$

Интенсивность армирования согласно формуле 8.62 [1]:

$$q_{sw} = \frac{Q'_{sw,1}}{h_0} = \frac{25.41}{0.49} = 51.85 \text{ кН/м} > q_{sw,min} = 46.58 \text{ кН/м},$$

поэтому  $q_{sw} = 51.85 \text{ кН/м}$ .

Находим требуемое количество поперечной арматуры на единицу длины согласно формуле 8.59 [1]:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{q_{sw}}{R_{sw}} = \frac{51.85}{166\,957} = 0.000311 \text{ м}^2 = 311 \text{ мм}^2/\text{м}.$$

Случай 3:  $a = 1.3 \text{ м}$

Усилие в сечении  $Q_1 = 68 \text{ кН}$ .

Усилие, воспринимаемое бетоном, вычисляем согласно формуле 8.61 и положениям п. 8.1.33 [1]:

$$Q_{b1} = 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 0.5 \cdot 810 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 45.64 \text{ кН};$$

$$Q'_{b1} = Q_{b1} = 45.64 < 2.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 2.5 \cdot 810 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 228.22 \text{ кН},$$

поэтому  $Q'_{b1} = 45.64 \text{ кН}$ .

$Q_1 > Q'_{b1}$ , поэтому поперечная арматура по расчёту требуется.

Усилие, воспринимаемое поперечной арматурой:

$$Q_{sw,1} = Q_1 - Q'_{b1} = 68 - 45.64 = 22.36 \text{ кН};$$

$$Q'_{sw,1} = Q_{sw,1} = 22.36 \text{ кН}.$$

Проверяем условие формулы 8.60 [1]:

$$Q_1 = 68 \text{ кН} = Q'_{b1} + Q'_{sw,1} = 45.64 + 22.36 = 68 \text{ кН}.$$

Дополнительно проверяем условие формулы 8.55 [1]:

$$Q = 68 \text{ кН} < \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 = 0.3 \cdot 10\,385 \cdot 0.23 \cdot 0.49 = 351.10 \text{ кН}.$$

Интенсивность армирования согласно формуле 8.62 [1]:

$$q_{sw} = \frac{Q'_{sw,1}}{h_0} = \frac{22.36}{0.49} = 45.63 \text{ кН/м} < q_{sw,min} = 46.58 \text{ кН/м},$$

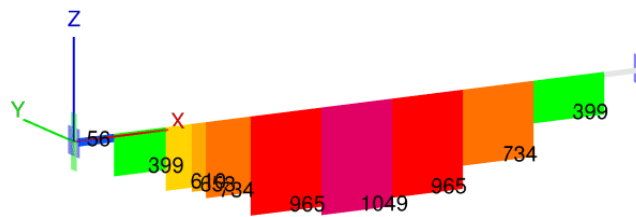
поэтому  $q_{sw} = q_{sw,min} = 46.58 \text{ кН/м}$ .

Находим требуемое (минимальное) количество поперечной арматуры на единицу длины согласно формуле 8.59 [1]:

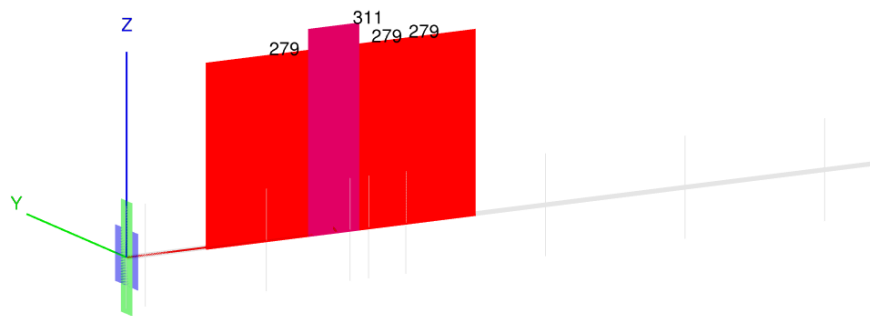
$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{q_{sw,min}}{R_{sw}} = \frac{46.58}{166\,957} = 0.000279 \text{ м}^2 = 279 \text{ мм}^2/\text{м}.$$



Общий вид модели



Площадь сжатого и растянутого продольного армирования,  $\text{мм}^2$



Площадь поперечного армирования,  $\text{мм}^2/\text{м}$ , в сечениях вблизи левой опоры балки

#### СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальная площадь сжатого продольного армирования, мм <sup>2</sup> (середина пролёта)	0	0	0.0
Максимальная площадь растянутого продольного армирования, мм <sup>2</sup> (середина пролёта)	1 049	1 049	0.0
Максимальная площадь поперечного армирования, мм <sup>2</sup> /м (на расстоянии 1.2 м от опоры)	311	311	0.0

#### ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.
2. Методическое пособие к СП 63.13330 «Расчёт железобетонных конструкции без предварительно напряжённой арматуры». Москва, 2015.