

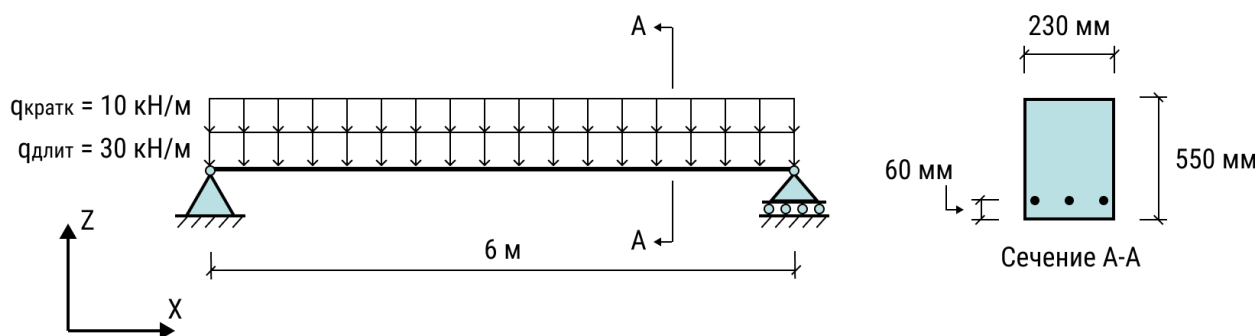
РАСЧЁТ ШИРИНЫ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИН ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ИЗГИБАЕМОЙ БАЛКИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается шарнирно опёртая железобетонная балка с сечением шириной $b = 230$ мм и высотой $h = 550$ мм. Длина балки 6 м. Используется тяжёлый бетон класса В30 и арматура класса А500. Площадь сечения арматуры $A_s = 1\,140$ мм² (3Ø22). Защитный слой арматуры $a = 60$ мм.

К балке прикладывается равномерно распределённая нагрузка, часть из которой является длительной. Определяется ширина раскрытия трещин при действии длительной и полной нагрузки.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



Свойства сечения

$h = 550$ мм	– высота сечения
$b = 230$ мм	– ширина сечения
$a = 60$ мм	– защитный слой до центра тяжести арматуры
$A_s = 1\,140$ мм ²	– площадь сечения растянутой продольной арматуры

Свойства материалов

Бетон В30	
$E_b = 32\,500\,000$ кН/м ²	– модуль упругости
$R_{bn} = 22\,000$ кН/м ²	– нормативное сопротивление сжатию
$R_{bтn} = 1\,750$ кН/м ²	– нормативное сопротивление растяжению
Арматура А500 – продольная	
$E_s = 200\,000\,000$ кН/м ²	– модуль упругости
$R_{sn} = 500\,000$ кН/м ²	– нормативное сопротивление

Коэффициенты

$\gamma_{b,ser} = 1.0$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии (2 ПС)
$\gamma_{bt,ser} = 1.0$	– коэффициент надёжности по бетону при растяжении (2 ПС)
$\gamma_{s,ser} = 1.0$	– коэффициент надёжности по арматуре (2 ПС)

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию (2 ПС):

$$R_{b,ser} = \frac{R_{bn}}{\gamma_{b,ser}} = \frac{22\,000}{1.0} = 22\,000 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.2 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому растяжению (2 ПС):

$$R_{bt,ser} = \frac{R_{btn}}{\gamma_{bt,ser}} = \frac{1\,750}{1.0} = 1\,750 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А500 на растяжение (2 ПС):

$$R_{s,ser} = \frac{R_{sn}}{\gamma_{s,ser}} = \frac{500\,000}{1.0} = 500\,000 \text{ кПа.}$$

Максимальные усилия в сечении от длительной и полной нагрузки:

$$M_{\text{длит}} = \frac{q_{\text{длит}} \cdot l^2}{8} = \frac{30 \cdot 6^2}{8} = 135 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{полн}} = \frac{(q_{\text{длит}} + q_{\text{кратк}}) \cdot l^2}{8} = \frac{(30 + 10) \cdot 6^2}{8} = 180 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Находим характеристики приведённого сечения без трещины.

Коэффициент приведения арматуры к бетону согласно п. 8.2.12 [1]:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{200\,000\,000}{32\,500\,000} = 6.154.$$

Площадь бетона в сечении $A_b = b \cdot h = 0.23 \cdot 0.55 = 0.1265 \text{ м}^2$, площадь арматуры в сечении $A_s = 0.001140 \text{ м}^2$.

Площадь приведённого сечения без трещины находим по формуле 8.126 [1]:

$$A_{red,full} = A_b + A_s \cdot \alpha = 0.1265 + 0.001140 \cdot 6.154 = 0.13352 \text{ м}^2.$$

Статический момент приведённого сечения без трещины относительно низа сечения:

$$S_{bot,red,full} = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + \alpha \cdot A_s \cdot a = 0.23 \cdot 0.55 \cdot \frac{0.55}{2} + 6.154 \cdot 0.001140 \cdot 0.06 = 0.03521 \text{ м}^3.$$

Расстояние от центра тяжести приведённого сечения без трещины до низа сечения (самого растянутого волокна) согласно п. 8.2.12 [1]:

$$y_{bot,red,full} = \frac{S_{bot,red,full}}{A_{red,full}} = \frac{0.03521}{0.13352} = 0.264 \text{ м}.$$

Момент инерции бетона и арматуры в приведённом сечении без трещины:

$$\begin{aligned} I_{b,red,full} &= \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(y_{bot,red,full} - \frac{h}{2} \right)^2 = \\ &= \frac{0.23 \cdot 0.55^3}{12} + 0.23 \cdot 0.55 \cdot \left(0.264 - \frac{0.55}{2} \right)^2 = 0.00348 \text{ м}^4; \\ I_{s,red,full} &= A_s \cdot (y_{bot,red,full} - a)^2 = 0.001140 \cdot (0.264 - 0.06)^2 = 0.00005 \text{ м}^4. \end{aligned}$$

Момент инерции приведённого сечения без трещины находим по формуле 8.125 [1]:

$$I_{red,full} = I_{b,red,full} + I_{s,red,full} \cdot \alpha = 0.00348 + 0.00005 \cdot 6.154 = 0.00348 \text{ м}^4.$$

Момент сопротивления приведённого сечения без трещины находим по формуле 8.123 [1]:

$$W_{red,full} = \frac{I_{red,full}}{y_{bot,red,full}} = \frac{0.00348}{0.264} = 0.01321 \text{ м}^3.$$

Пластический момент сопротивления находим по формуле 8.122 [1]:

$$W_{pl,full} = 1.3 \cdot W_{red,full} = 1.3 \cdot 0.01321 = 0.01717 \text{ м}^3.$$

Момент трещинообразования согласно формуле 8.121 [1]:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl,full} = 1750 \cdot 0.01717 = 30.05 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{длит} = 135 \text{ кН} > M_{crc};$$

$$M_{полн} = 180 \text{ кН} > M_{crc},$$

то есть трещины образуются.

Находим характеристики приведённого сечения с трещиной.

Коэффициент приведения арматуры к бетону согласно формулам 8.130 и 8.131 [1]:

$$E_{b,red} = \frac{R_{bn}}{\varepsilon_{b1,red}} = \frac{22000}{0.0015} = 14666667 \text{ кПа};$$

$$\alpha_{s1} = \frac{E_s}{E_{b,red}} = \frac{200000000}{14666667} = 13.636;$$

$$\alpha_{s2} = \alpha_{s1}.$$

Высота сжатой зоны согласно формуле 8.150 [1]:

$$\begin{aligned}x_m &= h_0 \cdot \left(\sqrt{(\mu_s \cdot \alpha_{s2})^2 + 2 \cdot \mu_s \cdot \alpha_{s2}} - \mu_s \cdot \alpha_{s2} \right) = \\&= 0.49 \cdot \left(\sqrt{(0.01 \cdot 13.636)^2 + 2 \cdot 0.01 \cdot 13.636} - 0.01 \cdot 13.636 \right) = 0.199 \text{ м},\end{aligned}$$

где

$$h_0 = h - a = 0.55 - 0.06 = 0.49 \text{ м} - \text{рабочая высота сечения};$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b \cdot h_0} = \frac{0.001140}{0.23 \cdot 0.49} = 0.01.$$

Площадь сжатого бетона в сечении $A_{bc} = b \cdot x_m = 0.23 \cdot 0.199 = 0.04566 \text{ м}^2$, площадь арматуры в сечении $A_s = 0.001140 \text{ м}^2$.

Находим площадь приведённого сечения с трещиной:

$$A_{red} = A_{bc} + A_s \cdot \alpha_{s2} = 0.04566 + 0.001140 \cdot 13.636 = 0.06120 \text{ м}^2.$$

Статический момент приведённого сечения с трещиной относительно верха сечения:

$$S_{top,red} = b \cdot x_m \cdot \frac{x_m}{2} + \alpha_{s2} \cdot A_s \cdot h_0 = 0.23 \cdot 0.199 \cdot \frac{0.199}{2} + 13.636 \cdot 0.001140 \cdot 0.49 = 0.01215 \text{ м}^3.$$

Расстояние от центра тяжести приведённого сечения с трещиной до верха сечения:

$$y_{top,red} = \frac{S_{top,red}}{A_{red}} = \frac{0.01215}{0.06120} = 0.199 \text{ м}.$$

Момент инерции сжатого бетона и арматуры в приведённом сечении с трещиной:

$$\begin{aligned}I_{bc,red} &= \frac{b \cdot x_m^3}{12} + b \cdot x_m \cdot \left(y_{top,red} - \frac{x_m}{2} \right)^2 = \\&= \frac{0.23 \cdot 0.199^3}{12} + 0.23 \cdot 0.199 \cdot \left(0.199 - \frac{0.199}{2} \right)^2 = 0.00060 \text{ м}^4;\end{aligned}$$

$$I_{s,red} = A_s \cdot (h_0 - y_{top,red})^2 = 0.001140 \cdot (0.49 - 0.199)^2 = 0.00010 \text{ м}^4.$$

Момент инерции приведённого сечения с трещиной находим по формуле 8.148 [1]:

$$I_{red} = I_{bc,red} + I_{s,red} \cdot \alpha_{s2} = 0.00060 + 0.00010 \cdot 13.636 = 0.00192 \text{ м}^4.$$

Определим некоторые вспомогательные параметры для расчёта ширины раскрытия трещин.

Напряжение в растянутой арматуре сразу после образования трещины определяем по формуле 8.129 [1]:

$$\sigma_{s,crc} = \frac{M_{crc} \cdot (h_0 - y_{top,red})}{I_{red}} \cdot \alpha_{s1} = \frac{30.05 \cdot (0.49 - 0.199)}{0.00192} \cdot 13.636 = 62\,202 \text{ кПа}.$$

Напряжение в растянутой арматуре при действии полной нагрузки определяем по формуле 8.129 [1]:

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \frac{M_{полн} \cdot (h_0 - y_{top,red})}{I_{red}} \cdot \alpha_{s1} = \frac{180 \cdot (0.49 - 0.199)}{0.00192} \cdot 13.636 = \\&= 372\,541 \text{ кПа} < R_{s,ser} = 500\,000 \text{ кПа}.\end{aligned}$$

Напряжение в растянутой арматуре при действии длительной составляющей нагрузки определяем по формуле 8.129 [1]:

$$\sigma_{s,l} = \frac{M_{\text{длит}} \cdot (h_0 - y_{\text{top,red}})}{I_{\text{red}}} \cdot \alpha_{s1} = \frac{135 \cdot (0.49 - 0.199)}{0.00192} \cdot 13.636 =$$
$$= 279\,406 \text{ кПа} < R_{s,\text{ser}} = 500\,000 \text{ кПа}.$$

Находим коэффициенты ψ_s для длительной и полной нагрузки по формуле 8.137:

$$\psi_s = 1 - 0.8 \cdot \frac{\sigma_{s,\text{crc}}}{\sigma_s} = 1 - 0.8 \cdot \frac{62\,202}{372\,541} = 0.866;$$

$$\psi_{s,l} = 1 - 0.8 \cdot \frac{\sigma_{s,\text{crc}}}{\sigma_{s,l}} = 1 - 0.8 \cdot \frac{62\,202}{279\,406} = 0.822.$$

Находим значение базового расстояния между трещинами по формуле 8.136 [1], принимая диаметр стержней $d_s = 22$ мм:

$$l_s = 0.5 \cdot \frac{A_{bt}}{A_s} \cdot d_s = 0.5 \cdot \frac{0.06065}{0.001140} \cdot 0.022 = 0.585 \text{ м} > 0.400 \text{ м};$$

$$l_s = 0.400 \text{ м},$$

где

$$A_{bt} = b \cdot y_{\text{bot,red,full}} = 0.23 \cdot 0.264 = 0.06065 \text{ м}^2 \text{ – площадь растянутой зоны бетона};$$

$$2 \cdot a = 0.12 \text{ м} \leq y_{\text{bot,red,full}} = 0.264 \text{ м} \leq 0.5 \cdot h = 0.275 \text{ м}.$$

Находим ширину раскрытия трещин.

От продолжительного действия длительной составляющей нагрузки согласно п. 8.2.15 и формуле 8.128 [1]:

$$\varphi_1 = 1.4;$$

$$\varphi_2 = 0.5;$$

$$\varphi_3 = 1.0;$$

$$a_{\text{crc},1} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_{s,l} \cdot \frac{\sigma_{s,l}}{E_s} \cdot l_s = 1.4 \cdot 0.5 \cdot 1.0 \cdot 0.822 \cdot \frac{279\,406}{200\,000\,000} \cdot 0.4 = 0.322 \text{ мм}.$$

От непродолжительного действия полной нагрузки согласно п. 8.2.15 и формуле 8.128 [1]:

$$\varphi_1 = 1.0;$$

$$\varphi_2 = 0.5;$$

$$\varphi_3 = 1.0;$$

$$a_{\text{crc},2} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot l_s = 1.0 \cdot 0.5 \cdot 1.0 \cdot 0.866 \cdot \frac{372\,541}{200\,000\,000} \cdot 0.4 = 0.323 \text{ мм}.$$

От непродолжительного действия длительной составляющей нагрузки согласно п. 8.2.15 и формуле 8.128 [1]:

$$\varphi_1 = 1.0;$$

$$\varphi_2 = 0.5;$$

$$\varphi_3 = 1.0;$$

$$a_{crc,3} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_{s,l} \cdot \frac{\sigma_{s,l}}{E_s} \cdot l_s = 1.0 \cdot 0.5 \cdot 1.0 \cdot 0.822 \cdot \frac{279\,406}{200\,000\,000} \cdot 0.4 = 0.230 \text{ мм.}$$

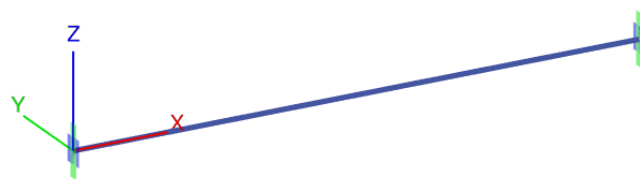
Ширина продолжительного раскрытия трещин определяется согласно формуле 8.119 [1]:

$$a_{crc,l} = a_{crc,1} = 0.322 \text{ мм} > a_{crc,l,ult} = 0.300 \text{ мм.}$$

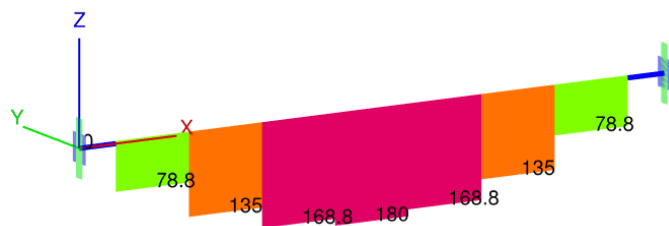
Ширина непродолжительного раскрытия трещин определяется согласно формуле 8.120 [1]:

$$a_{crc} = a_{crc,1} + a_{crc,2} - a_{crc,3} = 0.322 + 0.323 - 0.230 = 0.415 \text{ мм} > a_{crc,ult} = 0.400 \text{ мм.}$$

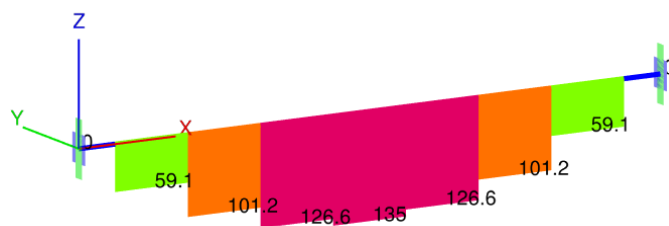
РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ



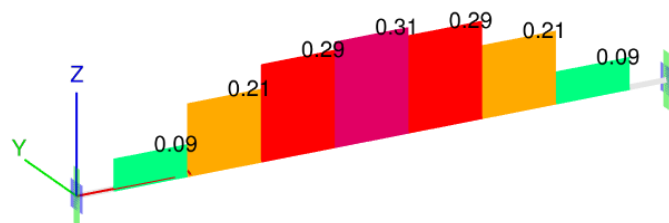
Общий вид модели



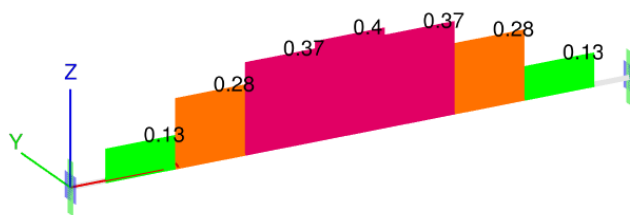
Изгибающие моменты от полных нагрузок, кН·м



Изгибающие моменты от длительных нагрузок, кН·м



Ширина продолжительного раскрытия трещин, мм



Ширина непродолжительного раскрытия трещин, мм

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Ширина продолжительного раскрытия трещин, мм	0.310	0.322	3.6
Ширина непродолжительного раскрытия трещин, мм	0.404	0.415	2.6

ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.