

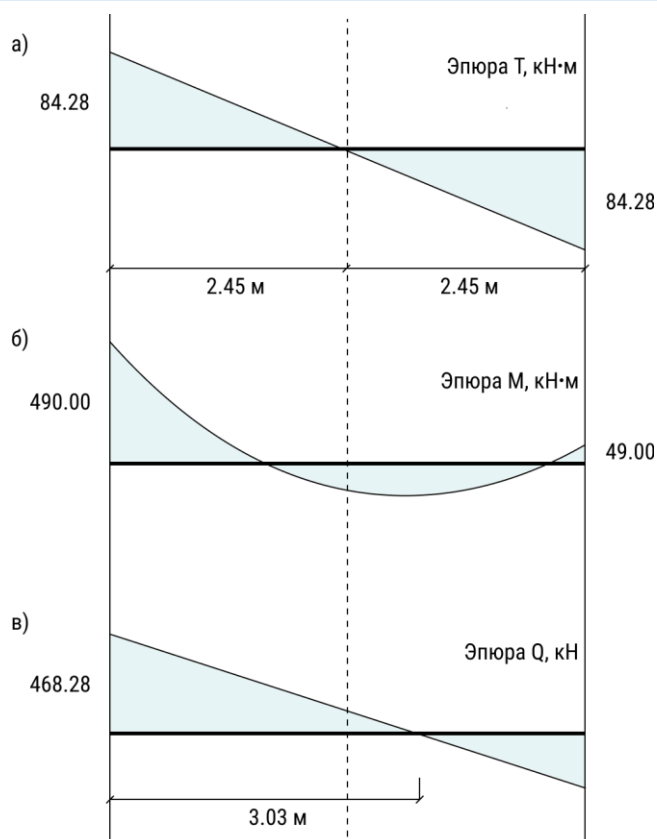
ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО РИГЕЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ НА СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ, ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается железобетонный ригель перекрытия торцевой рамы многоэтажного промышленного здания с сечением шириной $b = 300$ мм и высотой $h = 800$ мм. Длина ригеля 4.9 м. Используется тяжёлый бетон класса В25, продольная и поперечная арматура класса А400. Площадь сечения растянутой арматуры $A_s = 1\,388$ мм² ($2\varnothing 22 + 2\varnothing 20$), сжатой – $A'_s = 2\,413$ мм² ($3\varnothing 32$). Поперечная арматура $\varnothing 14$ с шагом $s_w = 100$ мм. Защитные слои продольной арматуры показаны на рисунке ниже.

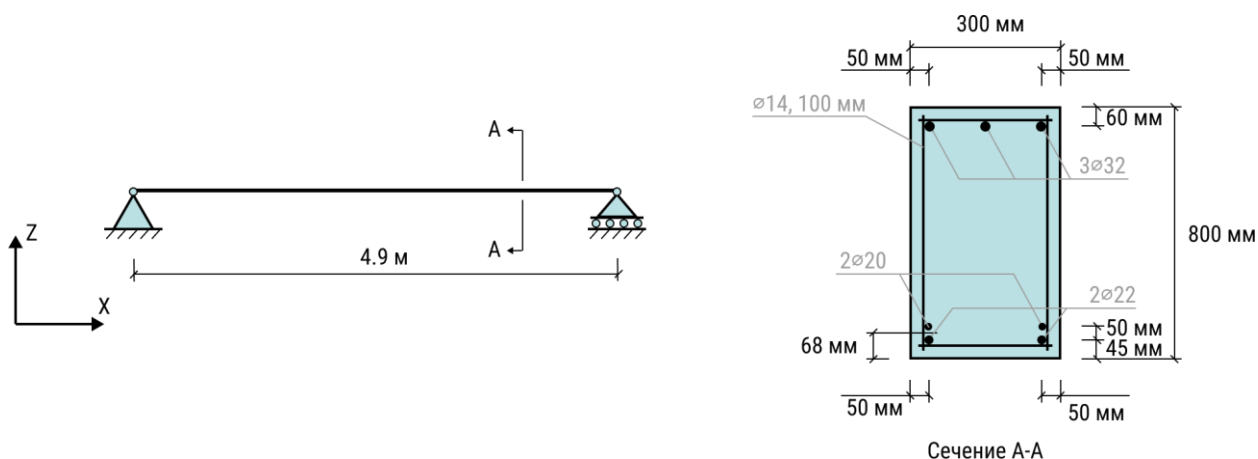
Эпюры усилий представлены на рисунке ниже. Определяется коэффициент использования ригеля по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов, а также при совместном действии крутящих моментов и поперечных сил.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



*Эпюры усилий в ригеле: а) эпюра крутящих моментов от вертикальных нагрузок;
б, в) эпюры изгибающих моментов и поперечных сил от невыгоднейшей комбинации вертикальных нагрузок и ветровой нагрузки*

Для получения усилий, представленных на эпюрах, ригель упрощённо моделируется шарнирно опёртым стержнем.



К ригелю прикладываются следующие нагрузки:

- Вертикальные ($q + T$): к ригелю прикладываются равномерно распределённая нагрузка 154.4 кН/м в направлении, противоположном оси Z, и равномерно распределённый крутящий момент 34.4 кН·м/м в направлении оси X;
- Дополнительные вертикальные (M_{vert}): к левой опоре прикладывается момент -245 кН·м относительно оси Y, к правой опоре прикладывается момент 49 кН·м относительно оси Y;
- Ветровые (M_{wind}): к левой опоре прикладывается момент -245 кН·м относительно оси Y.

Используются следующие комбинации нагрузок:

- Эпюра а): ($q + T$);
- Эпюры б) и в): ($q + T$) + (M_{vert}) + (M_{wind}).

Свойства сечения

$h = 800$ мм	– высота сечения
$b = 300$ мм	– ширина сечения
$A_s = 1\,388$ мм ²	– площадь сечения растянутой продольной арматуры
$A'_s = 2\,413$ мм ²	– площадь сечения сжатой продольной арматуры

Свойства материалов

Бетон В25	
$E_b = 30\,000\,000$ кН/м ²	– модуль упругости
$R_{bn} = 18\,500$ кН/м ²	– нормативное сопротивление сжатию
$R_{btn} = 1\,550$ кН/м ²	– нормативное сопротивление растяжению

Арматура А400 – продольная и поперечная

$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{sn} = 400\,000 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление
<i>Коэффициенты</i>	
$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{b1} = 1.0$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{18\,500}{1.3} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 14\,231 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.2 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому растяжению:

$$R_{bt} = \frac{R_{btn}}{\gamma_{bt}} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b5} = \frac{1\,550}{1.5} \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 1\,033 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А400 на растяжение и сжатие:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{400\,000}{1.15} = 347\,826 \text{ кПа;}$$

$$R_{sc} = R_s = 347\,826 \text{ кПа} < 400\,000 \text{ кПа.}$$

Согласно положениям п. 6.2.9 [1] определяем расчётное сопротивление поперечной арматуры класса А400:

$$R_{sw} = 0.8 \cdot \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = 0.8 \cdot \frac{400\,000}{1.15} = 278\,261 \text{ кПа} < 300\,000 \text{ кПа.}$$

Прочность при действии крутящих и изгибающих моментов проверяем согласно эпюрам а) и б) на расстоянии $c = 0.45$ м от левой опоры. В сечении действуют усилия:

$$T = \frac{\left(\frac{l}{2} - c\right) \cdot T_{max}}{\frac{l}{2}} = \frac{\left(\frac{4.9}{2} - 0.45\right) \cdot 84.28}{\frac{4.9}{2}} = 68.80 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M = \frac{q \cdot l}{2} \cdot c - q \cdot \frac{c^2}{2} - \frac{(l - c) \cdot M_{vert\ left}}{l} - \left(M_{wind\ right} + \frac{(l - c) \cdot (M_{wind\ left} - M_{wind\ right})}{l}\right) =$$
$$= \frac{154.4 \cdot 4.9}{2} \cdot 0.45 - 154.4 \cdot \frac{0.45^2}{2} - \frac{(4.9 - 0.45) \cdot 245}{4.9} - \left(49 + \frac{(4.9 - 0.45) \cdot (245 - 49)}{4.9}\right) =$$
$$= 294.91 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где

$T_{max} = 84.28 \text{ кН} \cdot \text{м}$ – крутящий момент в сечении на опоре;

$M_{vert\ left} = 245 \text{ кН} \cdot \text{м}$ – изгибающий момент в сечении на левой опоре от действия дополнительных вертикальных нагрузок;

$M_{wind\ left} = 245 \text{ кН} \cdot \text{м}$ – изгибающий момент в сечении на левой опоре от действия ветровой нагрузки;

$M_{wind\ right} = 49 \text{ кН} \cdot \text{м}$ – изгибающий момент в сечении на правой опоре от действия ветровой нагрузки.

Проверим прочность между пространственными сечениями при действии крутящих моментов согласно формуле 8.66 [1]:

$$0.1 \cdot R_b \cdot b^2 \cdot h = 0.1 \cdot 14\,231 \cdot 0.3^2 \cdot 0.8 = 102.46 \text{ кН} \cdot \text{м} > T = 68.80 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим предельный крутящий момент, воспринимаемый сечением. При изгибе в рассматриваемом сечении растянута верхняя грань. Крутящий момент, воспринимаемый арматурой, расположенной у рассматриваемой грани элемента, определяется по формуле 8.76 [1]:

$$T_{sw,1} = q_{sw,1} \cdot \delta \cdot Z_1 \cdot Z_2 = 428.35 \cdot 0.158 \cdot 0.3 \cdot 0.8 = 16.23 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где

$$A_{sw,1} = \pi \cdot \left(\frac{d_{sw}}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot \left(\frac{0.014}{2}\right)^2 = 0.000154 \text{ м}^2;$$

$$q_{sw,1} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw,1}}{s_w} = \frac{278\,261 \cdot 0.000154}{0.1} = 428.35 \text{ кН/м};$$

$$\delta = \frac{Z_1}{2 \cdot Z_2 + Z_1} = \frac{0.3}{2 \cdot 0.8 + 0.3} = 0.158.$$

Крутящий момент, воспринимаемый продольной арматурой, расположенной у рассматриваемой грани элемента, определяется по формуле 8.77 [1]:

$$T_{s,1} = 0.5 \cdot R_s \cdot A_{s,1} \cdot Z_2 = 0.5 \cdot 347\,826 \cdot 0.002413 \cdot 0.8 = 335.72 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где

$$A_{s,1} = n \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_s}{2}\right)^2 = 3 \cdot 3.14 \cdot \left(\frac{0.032}{2}\right)^2 = 0.002413 \text{ м}^2.$$

Соотношение $\frac{q_{sw,1} \cdot Z_1}{R_s \cdot A_{s,1}} = \frac{428.35 \cdot 0.3}{347\,826 \cdot 0.002413} = 0.153 < 0.5$, поэтому в расчёт принимаем площадь продольного армирования $A_{s,1} = \frac{q_{sw,1} \cdot Z_1}{0.5 \cdot R_s} = \frac{428.35 \cdot 0.3}{0.5 \cdot 347\,826} = 0.000739 \text{ м}^2$. Тогда:

$$T_{s,1} = 0.5 \cdot R_s \cdot A_{s,1} \cdot Z_2 = 0.5 \cdot 347\,826 \cdot 0.000739 \cdot 0.8 = 102.80 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Предельный крутящий момент, воспринимаемый сечением, согласно формуле 8.75 [1]:

$$T_0 = T_{sw,1} + T_{s,1} = 16.23 + 102.80 = 119.04 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением. Растянутая арматура (растянута верхняя грань) – 3Ø32, $A_s = 0.002413 \text{ м}^2$, сжатая арматура 2Ø22 + 2Ø20, $A'_s = 0.001388 \text{ м}^2$.

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{1.74 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.534,$$

где

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{347\,826}{200\,000\,000} = 1.74 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных } R_s, \text{ определяемая по формуле 8.2 [1];}$$

$$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных } R_b, \text{ принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.}$$

По формуле 8.5 [1] высота сжатой зоны бетона находится как:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{347\,826 \cdot 0.002413 - 347\,826 \cdot 0.001388}{14\,231 \cdot 0.3} = 0.084 \text{ м},$$

тогда

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0.084}{0.74} = 0.113,$$

где

$$h_0 = h - a' = 0.8 - 0.06 = 0.74 \text{ м – рабочая высота сечения.}$$

Так как $\xi < \xi_R$, то предельный изгибающий момент находим как:

$$M_0 = R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5x) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a') = 14\,231 \cdot 0.3 \cdot 0.084 \cdot (0.74 - 0.5 \cdot 0.084) + 347\,826 \cdot 0.001388 \cdot (0.74 - 0.06) = 573.37 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент использования балки по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов определяется по формуле 8.78 [1]:

$$K_{исп} = \sqrt{\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{M}{M_0}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{68.80}{119.04}\right)^2 + \left(\frac{294.91}{573.37}\right)^2} = 0.774.$$

Прочность при действии крутящих моментов и поперечных сил проверяем согласно эпюре а) и в) на расстоянии $c = 2 \cdot b + h = 2 \cdot 0.3 + 0.8 = 1.4$ м от опоры. В сечении действуют усилия:

$$T = \frac{\left(\frac{l}{2} - c\right) \cdot T_{max}}{\frac{l}{2}} = \frac{\left(\frac{4.9}{2} - 1.4\right) \cdot 84.28}{\frac{4.9}{2}} = 36.12 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q = \frac{(l_0 - c) \cdot Q_{max}}{l_0} = \frac{(3.03 - 1.4) \cdot 468.28}{3.03} = 252.12 \text{ кН},$$

где

$Q_{max} = 468.28$ кН – поперечная сила в сечении на левой опоре;

$l_0 = 3.03$ м – расстояние от левой опоры до сечения с нулевой поперечной силой.

Проверим прочность между пространственными сечениями при действии крутящих моментов согласно формуле 8.66 [1]:

$$0.1 \cdot R_b \cdot b^2 \cdot h = 0.1 \cdot 14\,231 \cdot 0.3^2 \cdot 0.8 = 102.46 \text{ кН} \cdot \text{м} > T = 36.12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим предельный крутящий момент, воспринимаемый сечением.

При действии поперечной силы в рассматриваемом сечении растянута боковая грань. Крутящий момент, воспринимаемый арматурой, расположенной у рассматриваемой грани элемента, определяется по ф. 8.76:

$$T_{sw,1} = q_{sw,1} \cdot \delta \cdot Z_1 \cdot Z_2 = 428.35 \cdot 0.571 \cdot 0.8 \cdot 0.3 = 58.75 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где

$$A_{sw,1} = \pi \cdot \left(\frac{d_{sw}}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot \left(\frac{0.014}{2}\right)^2 = 0.000154 \text{ м}^2;$$

$$q_{sw,1} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw,1}}{s_w} = \frac{278\,261 \cdot 0.000154}{0.1} = 428.35 \text{ кН/м};$$

$$\delta = \frac{Z_1}{2 \cdot Z_2 + Z_1} = \frac{0.8}{2 \cdot 0.3 + 0.8} = 0.571.$$

Крутящий момент, воспринимаемый продольной арматурой, расположенной у рассматриваемой грани элемента, определяется по формуле 8.77 [1]:

$$T_{s,1} = 0.5 \cdot R_s \cdot A_{s,1} \cdot Z_2 = 0.5 \cdot 347\,826 \cdot 0.001499 \cdot 0.3 = 78.18 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где

$$A_{s,1} = n_i \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{s,i}}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot 1 \cdot \left(\left(\frac{0.032}{2}\right)^2 + \left(\frac{0.02}{2}\right)^2 + \left(\frac{0.022}{2}\right)^2\right) = 0.001499 \text{ м}^2.$$

Соотношение $0.5 < \frac{q_{sw,1} \cdot Z_1}{R_s \cdot A_{s,1}} = \frac{428.35 \cdot 0.8}{347\,826 \cdot 0.001499} = 0.657 < 1.5$ соблюдается.

Предельный крутящий момент, воспринимаемый сечением, согласно формуле 8.75 [1]:

$$T_0 = T_{sw,1} + T_{s,1} = 58.75 + 78.18 = 136.93 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность по бетонной полосе между наклонными сечениями при действии поперечной силы проверяется согласно формуле 8.55 [1]:

$$\varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 = 0.3 \cdot 14\,231 \cdot 0.3 \cdot 0.74 = 947.77 \text{ кН} > Q = 252.12 \text{ кН}.$$

Определим предельную поперечную силу, воспринимаемую наклонным сечением. Усилие, воспринимаемое бетоном, вычисляем согласно формуле 8.61 и положениям п. 8.1.33 [1]:

$$Q_{b1} = 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 0.5 \cdot 1\,033 \cdot 0.3 \cdot 0.74 = 114.70 \text{ кН};$$

$$a = c = 1.4 \text{ м} < 2.5 \cdot h_0 = 2.5 \cdot 0.74 = 1.85 \text{ м};$$

$$Q'_{b1} = Q_{b1} \cdot \frac{2.5}{a} = 114.7 \cdot \frac{2.5}{1.4} = 151.57 \text{ кН} < 2.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 2.5 \cdot 1\,033 \cdot 0.3 \cdot 0.74 = 573.50 \text{ кН},$$

$$\text{поэтому } Q'_{b1} = 151.57 \text{ кН}.$$

Усилие, воспринимаемое поперечной арматурой, вычисляем согласно формуле 8.62 и положениям п. 8.1.33 [1]:

$$Q_{sw,1} = q_{sw} \cdot h_0 = 856.70 \cdot 0.74 = 633.96 \text{ кН},$$

где

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw,1}}{s_w} = \frac{278\,261 \cdot 0.000154}{0.1} = 856.70 \text{ кН/м} >$$
$$> q_{sw,min} = 0.25 \cdot R_{bt} \cdot b = 0.25 \cdot 1\,033 \cdot 0.3 = 77.50 \text{ кН/м};$$

$$A_{sw} = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{sw}}{2}\right)^2 = 2 \cdot 3.14 \cdot \left(\frac{0.014}{2}\right)^2 = 0.000308 \text{ м}^2.$$

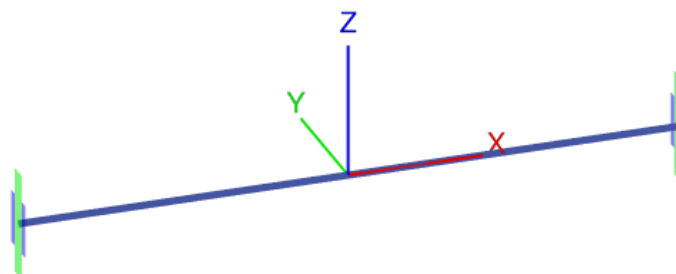
Предельная поперечная сила, воспринимаемая сечением, согласно формуле 8.60 [1]:

$$Q_0 = Q_{b1} + Q_{sw,1} = 114.70 + 633.96 = 785.52 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

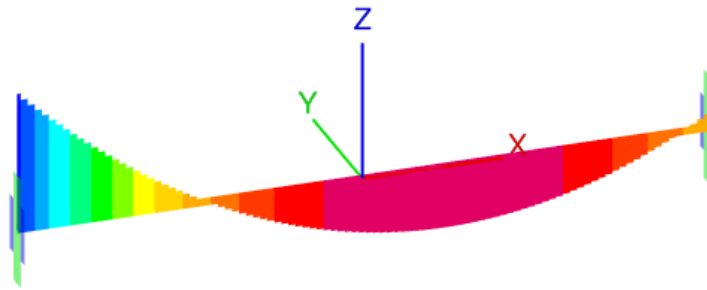
Коэффициент использования балки по прочности при действии крутящих и поперечных сил определяется по формуле 8.79 [1]:

$$K_{исп} = \frac{T}{T_0} + \frac{Q}{Q_0} = \frac{36.12}{136.93} + \frac{252.12}{785.52} = 0.585.$$

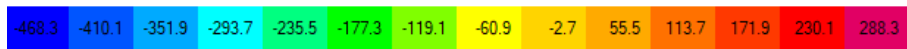
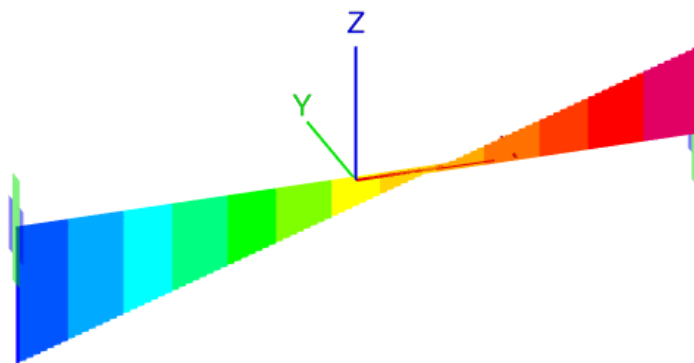
РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ



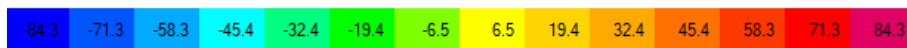
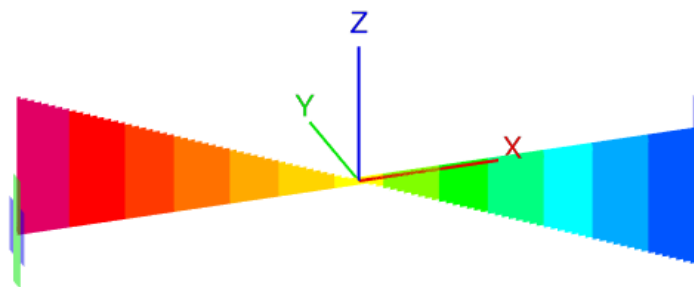
Общий вид модели



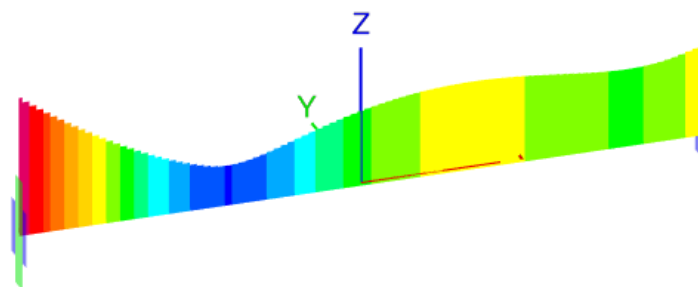
Изгибающие моменты, кН·м



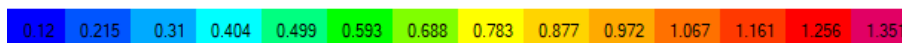
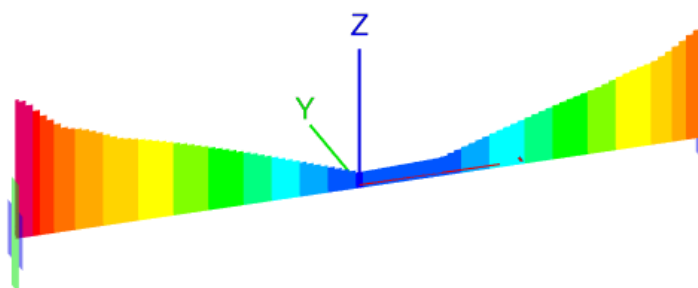
Поперечные силы, кН



Крутящие моменты, кН·м



Коэффициенты использования ригеля по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов



Коэффициенты использования ригеля по прочности при действии крутящих моментов и поперечных сил

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Коэффициент использования балки по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов в сечении на расстоянии $c = 0.45$ м от левой опоры	0.775	0.774	0.2
Коэффициент использования балки по прочности при действии крутящих моментов и поперечных сил в сечении на расстоянии $c = 1.4$ м от левой опоры	0.585	0.585	0.0

ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.