

## ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ПРОГОНА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ НА КОСОЙ ИЗГИБ

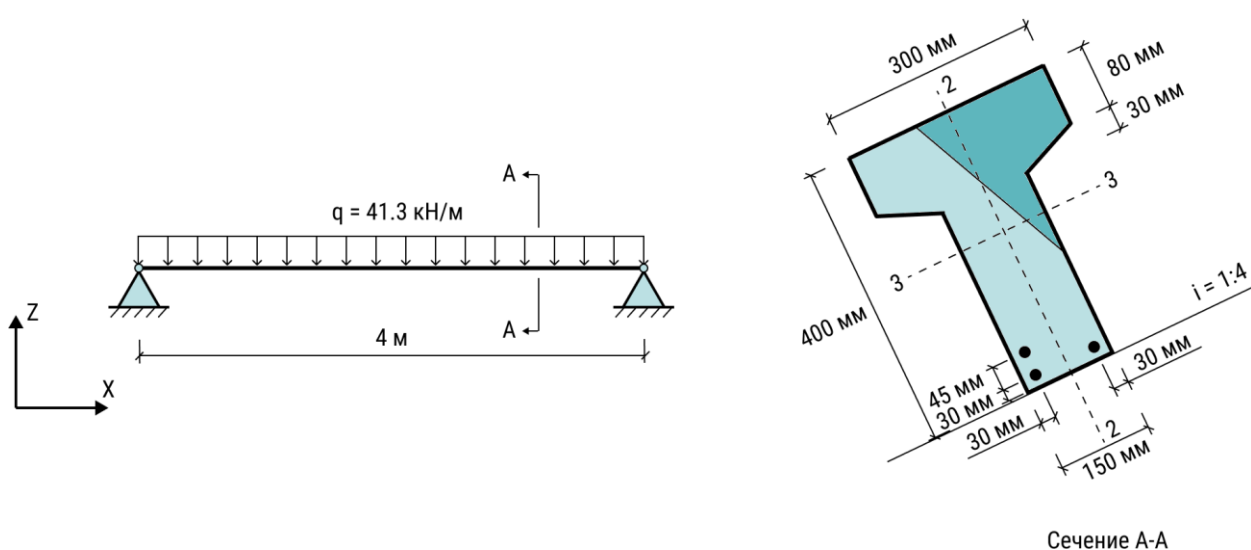
### ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается железобетонный прогон кровли таврового сечения. Уклон кровли 1:4. Используется тяжёлый бетон класса В25 и арматура класса А400. Площадь сечения арматуры, расположенной в два ряда по низу сечения,  $A_s = 763 \text{ мм}^2$  ( $3\emptyset 18$ ). Защитные слои арматуры  $a_1 = 70 \text{ мм}$ ,  $a_2 = 75 \text{ мм}$ .

Изгибающий момент в вертикальной плоскости в сечении прогона с учётом кратковременных нагрузок  $M = 82.6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ . Определяется прочность прогона на изгиб.

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Ригель упрощённо моделируется шарнирно опёртым стержнем.



#### Свойства сечения

$h = 400 \text{ мм}$	– высота сечения
$b_f = 300 \text{ мм}$	– ширина полки
$t_f = 80 \text{ мм}$	– толщина полки
$h_{\text{скос}} = 30 \text{ мм}$	– высота скоса
$t_w = 150 \text{ мм}$	– толщина стенки
$a_1 = 30 \text{ мм}$	– защитный слой до центра тяжести первого ряда арматуры
$a_2 = 75 \text{ мм}$	– защитный слой до центра тяжести второго ряда арматуры
$A_s = 763 \text{ мм}^2$	– площадь сечения растянутой продольной арматуры

Свойства материалов

Бетон В25

$E_b = 30\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{bn} = 18\,500 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление сжатию

Арматура А400 – продольная

$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{sn} = 400\,000 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление

Коэффициенты

$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{b1} = 1.0$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{18\,500}{1.3} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 14\,231 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А400 на растяжение и сжатие:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{400\,000}{1.15} = 347\,826 \text{ кПа;}$$

$$R_{sc} = R_s = 347\,826 \text{ кПа} < 400\,000 \text{ кПа.}$$

Усилия в сечении балки в середине пролёта при угле наклона прогона  $\text{arctg}(4) = 14.036^\circ$  составляют:

$$M_{33} = M \cdot \cos(14.036^\circ) = 82.6 \cdot 0.970 = 80.1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{22} = -M \cdot \sin(14.036^\circ) = -82.6 \cdot 0.243 = -20.0 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Определяем относительные деформации бетона и арматуры.

Для двухлинейной диаграммы работы бетона согласно п. 6.1.19 [1]:

$$\varepsilon_{b1} = \frac{R_b}{E_{b,red}} = \varepsilon_{b1,red} = 0.0015;$$

$$\varepsilon_{b2} = 0.0035.$$

Для двухлинейной диаграммы работы арматуры согласно пп. 6.2.11-6.2.14 [1]:

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{347\,826}{200\,000\,000} = 0.00174;$$

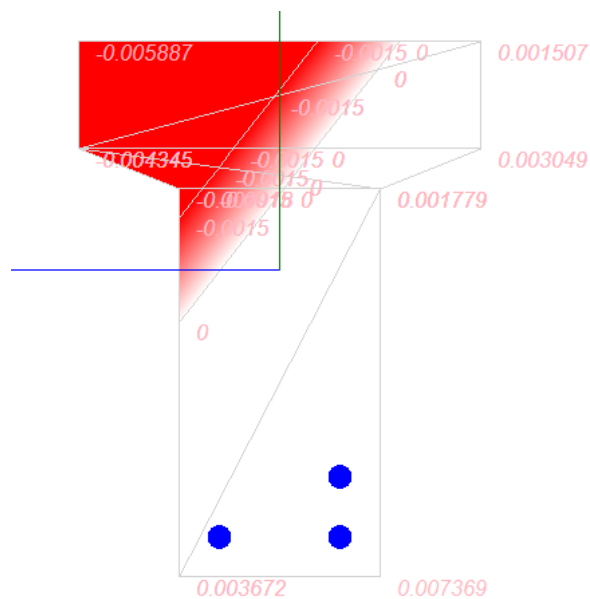
$$\varepsilon_{s2} = 0.025.$$

Для решения задачи воспользуемся подходом «от обратного»: получив значения неизвестных  $\frac{1}{r_x}$ ,  $\frac{1}{r_y}$  и  $\varepsilon_0$  в SV Plugins, решим уравнения равновесия внешних сил и внутренних усилий в нормальном сечении элемента по формулам 8.39-8.41 [1]. Если уравнения удовлетворятся, то полученное в SV Plugins решение корректно:

$$M_x(M_{33}) = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_0;$$

$$M_y(M_{22}) = D_{12} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0.$$

Деформации в бетоне, полученные в SV Plugins, представлены на рисунке ниже.



Относительные деформации бетона в сечении

Отсюда:

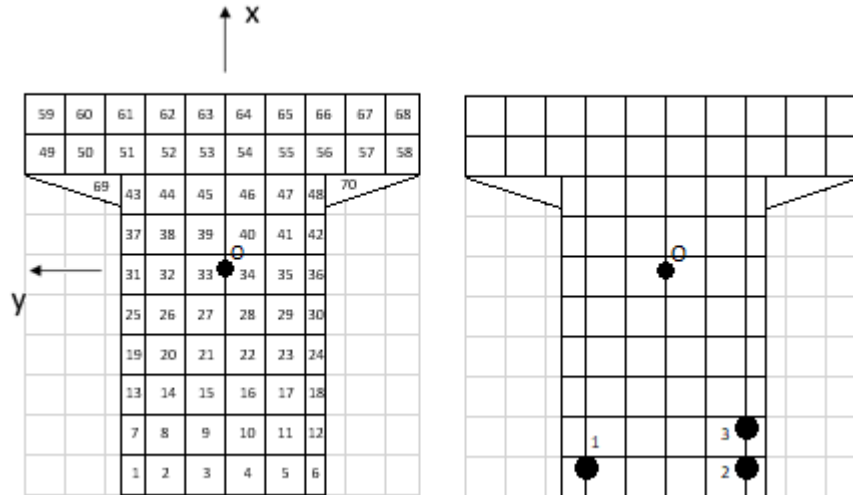
$$\frac{1}{r_x} = \frac{\varepsilon_{top\,right\,web} - \varepsilon_{bot\,right\,web}}{h_w} = \frac{0.001779 - 0.007369}{0.4 - 0.08 - 0.03} = -0.01928;$$

$$\frac{1}{r_y} = \frac{\varepsilon_{top\,left\,flange} - \varepsilon_{top\,right\,flange}}{b_f} = \frac{-0.005887 - 0.001507}{0.3} = -0.02465;$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \varepsilon_{bot\ right\ web} + \left(\frac{h}{2} + c\right) \cdot \frac{1}{r_x} + \frac{t_w}{2} \cdot \frac{1}{r_y} = \\ &= 0.007368 + \left(\frac{0.4}{2} + 0.0292\right) \cdot (-0.01927) + \frac{0.15}{2} \cdot (-0.02464) = 0.00110, \end{aligned}$$

где  $c = 0.0292$  – смещение центра тяжести сечения по локальной оси 2 (относительно  $h/2$ ).

Определим усилия в сечении. Для этого разделим сечение на основе сетки 10x10 элементов по высоте и ширине. Нумерация участков бетона и нумерация стержней арматуры представлена на рисунке ниже.



Нумерация участков бетона и стержней арматуры в сечении

Жесткостные характеристики  $D_{ij}$  определяются по формулам 8.42-8.47 [1]:

$$D_{11} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{bxi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{sxj}^2 \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj};$$

$$D_{22} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{byi}^2 \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{syj}^2 \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj};$$

$$D_{12} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{bxi} \cdot Z_{byi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{sxj} \cdot Z_{syj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj};$$

$$D_{13} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{bxi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{sxj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj};$$

$$D_{23} = \sum_i A_{bi} \cdot Z_{byi} \cdot E_b \cdot \nu_{bi} + \sum_j A_{sj} \cdot Z_{syj} \cdot E_{sj} \cdot \nu_{sj},$$

где

$A_{bi}$  – площадь  $i$ -го участка бетона;

$A_{sj} = \pi \cdot \left(\frac{d_s}{2}\right)^2 = 3.14 \cdot \left(\frac{0.018}{2}\right)^2 = 0.0002545 \text{ м}^2$  – площадь  $j$ -го арматурного стержня;

$Z_{bxi}, Z_{byi}$  – координаты центра тяжести  $i$ -го участка бетона;

$Z_{sxj}, Z_{syj}$  – координаты центра тяжести  $j$ -го арматурного стержня;

$\nu_{bi}$  – коэффициент упругости бетона  $i$ -го участка;

$\nu_{sj}$  – коэффициент упругости  $j$ -го стержня арматуры.

Коэффициенты упругости определяются по формулам 8.35-8.36 [1]:

$$\nu_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{E_b \cdot \varepsilon_{bi}};$$

$$\nu_{sj} = \frac{\sigma_{sj}}{E_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}},$$

где

$\varepsilon_{bi}$  и  $\varepsilon_{sj}$  определяются по формулам 8.29-8-30 [1]:

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot Z_{bxi} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byi};$$

$$\varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} \cdot Z_{sxj} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{syj};$$

$\sigma_{bi}$  и  $\sigma_{sj}$  – напряжения в  $i$ -ом участке бетона и в  $j$ -ом арматурном стержне соответственно.

Согласно п. 6.1.21 [1] напряжения в бетоне определяются как:

- при  $0 \leq \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{b1}$ :  $\sigma_{bi} = E_{b,red} \cdot \varepsilon_{bi}$ ;
- при  $\varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{b2}$ :  $\sigma_{bi} = R_b$ ,

где

$$E_{b,red} = \frac{R_b}{\varepsilon_{b1,red}} = \frac{14\,321}{0.0015} = 9\,487\,179 \text{ кПа.}$$

Согласно п. 6.2.14 [1] напряжения в арматуре определяются как:

- при  $0 \leq \varepsilon_{sj} < \varepsilon_{s0}$ :  $\sigma_{sj} = E_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}$ ;
- при  $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_{sj} \leq \varepsilon_{s2}$ :  $\sigma_{sj} = R_s$  или  $\sigma_{sj} = R_{sc}$ .

Фрагменты таблиц с вычислением жесткостных характеристик приведены ниже.

Бетон

$i$	$A_{bi}$	$Z_{bxi}$	$Z_{byi}$	$\varepsilon_{bi}$	$\sigma_{bi}$	$\nu_{bi}$	$D_{11}$	$D_{22}$	$D_{12}$	$D_{13}$	$D_{23}$
						Сумма	1 845	523	477	15157	5545
1	0.0006	-0.2092	0.0675	0.00347	0	0.000	0	0	0	0	0
2	0.0012	-0.2092	0.0450	0.00403	0	0.000	0	0	0	0	0
3	0.0012	-0.2092	0.0150	0.00476	0	0.000	0	0	0	0	0
...											
49	0.0012	0.1108	0.1350	-0.00436	-14231	0.109	48	71	59	434	529
50	0.0012	0.1108	0.1050	-0.00362	-14231	0.131	58	52	55	523	495
51	0.0012	0.1108	0.0750	-0.00288	-14231	0.165	73	33	49	657	444
...											
69	0.001125	0.0808	0.1000	-0.00292	-14231	0.163	36	55	44	443	548
70	0.001125	0.0808	-0.1000	0.00201	0	0.000	0	0	0	0	0

Арматура

$j$	$Z_{sxj}$	$Z_{syj}$	$\varepsilon_{sj}$	$E_{sj}$	$\sigma_{sj}$	$\nu_{sj}$	$D_{11}$	$D_{22}$	$D_{12}$	$D_{13}$	$D_{23}$
						<b>Сумма</b>	<b>1903</b>	<b>111</b>	<b>43</b>	<b>-10146</b>	<b>-387</b>
1	-0.1992	0.0450	0.00384	200000000	347826	0.4534	916	47	-207	-4600	1039
2	-0.1992	-0.0450	0.00605	200000000	347826	0.2872	580	30	131	-2914	-658
3	-0.1542	-0.0450	0.00519	200000000	347826	0.335	406	35	118	-2633	-768

Тогда усилия в сечении:

$$D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_0 = (1\,845 + 1\,903) \cdot (-0.01928) +$$

$$+ (477 + 43) \cdot (-0.02465) + (15\,157 - 10\,146) \cdot 0.00110 = -79.5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$D_{12} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0 = (477 + 43) \cdot (-0.01928) +$$

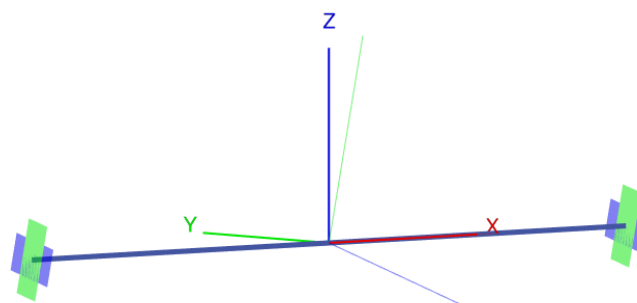
$$+ (523 + 111) \cdot (-0.02465) + (5\,545 - 387) \cdot 0.00110 = -19.9 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Так как обозначение момента и направление осей на рисунке 8.5 [1] отличается от принятых в программе, то:

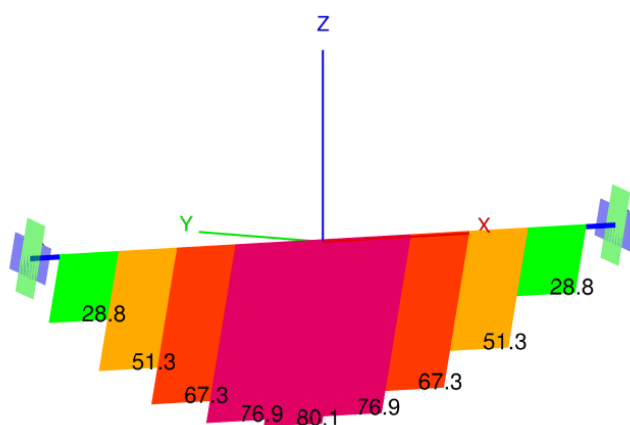
$$M_y(M_{33}) = 79.5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_x(M_{22}) = -19.9 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

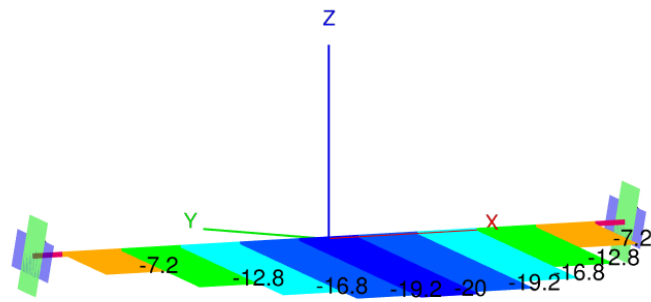
РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ



Общий вид модели



Изгибающие моменты  $M_{33}$ , кН·м



Изгибающие моменты  $M_{22}$ , кН·м

#### СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Момент $M_{33}$ в сечении, кН·м	79.5	80.1	0.7
Момент $M_{22}$ в сечении, кН·м	-19.9	-20.0	0.3

#### ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.