

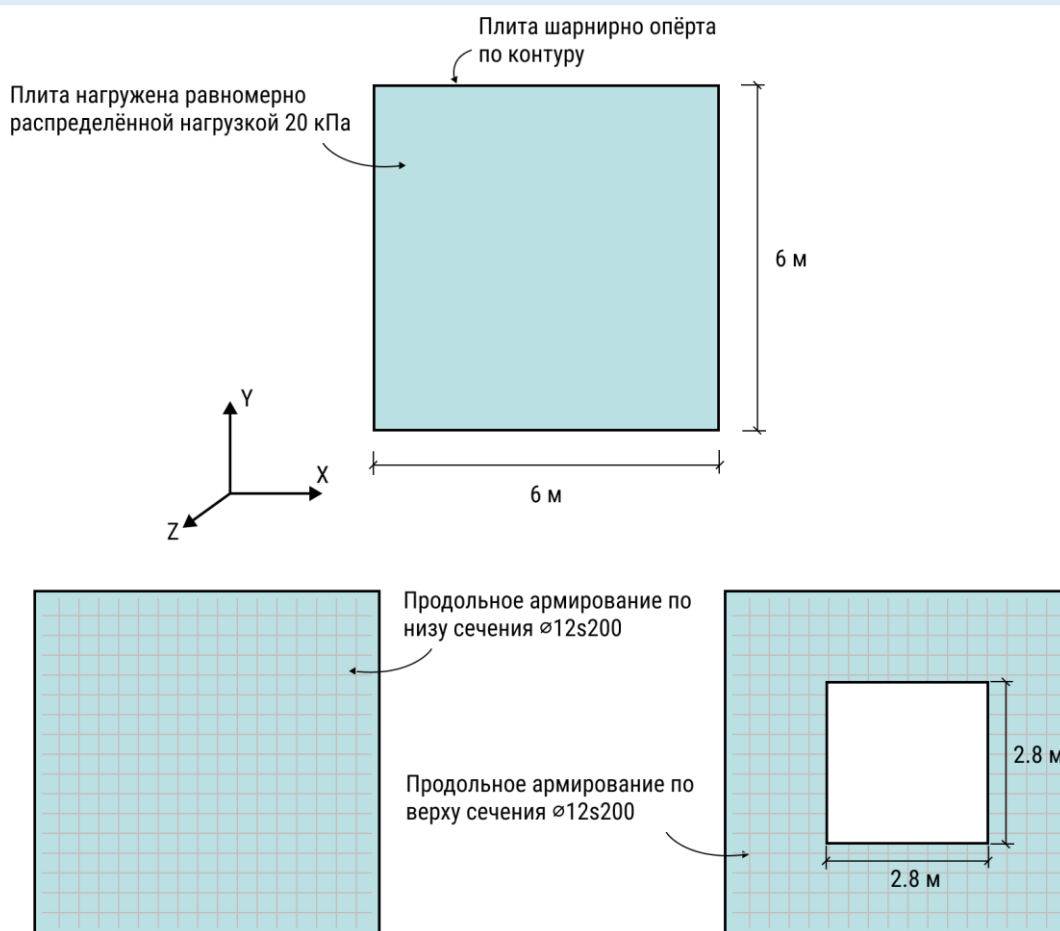
## ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ШАРНИРНО ОПЁРТОЙ ПЛИТЫ НА ДЕЙСТВИЕ КРУТЯЩИХ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

### ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается железобетонная квадратная плита размерами 6 x 6 м, шарнирно опёртая по всем четырём сторонам. Толщина плиты 200 мм. Используется тяжёлый бетон класса В25 и продольная арматура класса А500. Арматура расположена по верху и низу сечения  $\varnothing 12s200$ , как показано на рисунке ниже. Защитные слои арматуры, расположенной в направлении оси X,  $- a = a' = 30$  мм, в направлении оси Y  $- a = a' = 40$  мм.

К плите прикладывается равномерно распределённая по площади нагрузка  $p = 20$  кПа. Нагрузка рассматривается как длительная. Определяется прочность плиты на совместное действие крутящих и изгибающих моментов на нескольких участках плиты.

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



#### Геометрия схемы

$$a = b = 6 \text{ м}$$

– размеры плиты в плане

#### Свойства сечения

$$h = 200 \text{ мм}$$

– толщина сечения

$$X: a = a' = 30 \text{ мм}$$

– защитные слои до центра тяжести растянутой и сжатой арматуры, расположенной в направлении оси X

$Y: a = a' = 40 \text{ мм}$	– защитные слои до центра тяжести растянутой и сжатой арматуры, расположенной в направлении оси Y
$d = 12 \text{ мм}$	– диаметр арматуры
$s = 200 \text{ мм}$	– шаг арматуры

*Свойства материалов*

Бетон В25

$E_b = 30\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{bn} = 18\,500 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление сжатию
$R_{btn} = 1\,550 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление растяжению

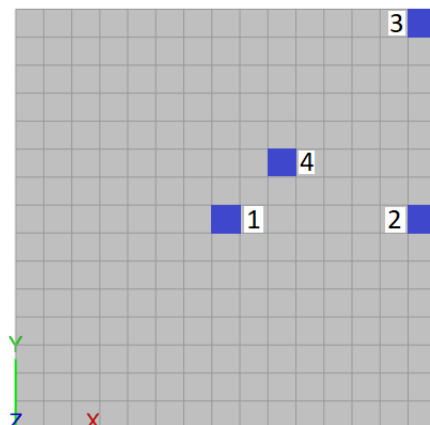
Арматура А500 – продольная

$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{sn} = 500\,000 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление

*Коэффициенты*

$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{b1} = 1.0$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре

Плита разбита по сетке 15 x 15. Рассматриваются участки плиты, показанных на рисунке ниже.



Рассматриваемые участки плиты

### АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{18\,500}{1.3} \cdot 0.9 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 12\,808 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А500 на растяжение и сжатие:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{500\,000}{1.15} = 434\,783 \text{ кПа;}$$

$$R_{sc} = R_s = 434\,783 \text{ кПа} < 500\,000 \text{ кПа.}$$

Моменты на рассматриваемых участках плиты, полученные в программе:

- Участок 1:  $M_x = M_y = 31.6753 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{xy} = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;
- Участок 2:  $M_x = M_y = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{xy} = 1.1253 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;
- Участок 3:  $M_x = M_y = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{xy} = 26.2555 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;
- Участок 4:  $M_x = M_y = 26.1445 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{xy} = 4.2645 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Находим коэффициенты использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов на примере участка 4.

#### Момент $M_x$

Расчёт ведется как для изгибаемой балки с шириной  $b = 1 \text{ м}$  и высотой  $h = 0.2 \text{ м}$ .

Площадь продольной арматуры:

$$A_{s \text{ низ } X} = A_s = \pi \cdot \left(\frac{d_{s \text{ низ } X}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{s}\right) = 3.14 \cdot \left(\frac{0.012}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{0.2}\right) = 0.000565 \text{ м}^2;$$

$$A_{s \text{ верх } X} = A'_s = 0 \text{ м}^2.$$

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{2.17 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.493,$$

где

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{434\,783}{200\,000\,000} = 2.17 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных } R_s, \text{ определяемая по формуле 8.2 [1];}$$

$$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных } R_b, \text{ принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.}$$

Предположим, что  $\xi < \xi_R$ , тогда по формуле 8.5 [1] высота сжатой зоны бетона находится как:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{434\,783 \cdot 0.000565 - 0}{12\,808 \cdot 1} = 0.019 \text{ м,}$$

тогда

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0.019}{0.17} = 0.113,$$

где

$$h_0 = h - a = 0.2 - 0.03 = 0.17 \text{ м – рабочая высота сечения.}$$

Так как  $\xi < \xi_R$ , то предположение верно, и сжатая зона бетона  $x = 0.019$  м.

Коэффициент использования плиты по прочности на изгиб находим по формуле 8.101 с использованием формулы 8.4 [1]:

$$\begin{aligned} K_{\text{исп}} &= \frac{M_x}{M_{x,ult}} = \frac{M_x}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')} = \\ &= \frac{26.1445}{12\,808 \cdot 1 \cdot 0.019 \cdot (0.17 - 0.5 \cdot 0.019) + 0} = \frac{26.1445}{39.4370} = 0.663. \end{aligned}$$

Момент  $M_y$ .

Расчёт ведется как для изгибаемой балки с шириной  $b = 1$  м и высотой  $h = 0.2$  м.

Площадь продольной арматуры:

$$A_{s \text{ низ } Y} = A_s = \pi \cdot \left(\frac{d_{s \text{ низ } Y}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{s}\right) = 3.14 \cdot \left(\frac{0.012}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{0.2}\right) = 0.000565 \text{ м}^2;$$

$$A_{s \text{ верх } Y} = A'_s = 0 \text{ м}^2.$$

Предположим, что  $\xi < \xi_R$ , тогда по формуле 8.5 [1] высота сжатой зоны бетона находится как:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{434\,783 \cdot 0.000565 - 0}{12\,808 \cdot 1} = 0.019 \text{ м,}$$

тогда

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0.019}{0.16} = 0.120,$$

где

$$h_0 = h - a = 0.2 - 0.04 = 0.16 \text{ м} - \text{рабочая высота сечения.}$$

Так как  $\xi < \xi_R$ , то предположение верно, и сжатая зона бетона  $x = 0.019$  м.

Коэффициент использования плиты по прочности на изгиб находим по формуле 8.102 с использованием формулы 8.4 [1]:

$$\begin{aligned} K_{\text{исп}} &= \frac{M_y}{M_{y,ult}} = \frac{M_y}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')} = \\ &= \frac{26.1445}{12\,808 \cdot 1 \cdot 0.019 \cdot (0.16 - 0.5 \cdot 0.019) + 0} = \frac{26.1445}{36.9783} = 0.707. \end{aligned}$$

Момент  $M_{xy}$

Коэффициент использования плиты по прочности на действие крутящего момента находим по формуле 8.103 с использованием формул 8.104 (по бетону) и 8.105 (по арматуре) [1]:

$$\begin{aligned} K_{\text{исп}} &= \frac{M_{xy}}{M_{bxy,ult}} = \frac{M_{xy}}{0.1 \cdot R_b \cdot b^2 \cdot h} = \frac{4.2645}{0.1 \cdot 12\,808 \cdot 1^2 \cdot 0.2} = 0.017; \\ K_{\text{исп}} &= \frac{M_{xy}}{M_{sxy,ult}} = \frac{M_{xy}}{0.5 \cdot R_s \cdot (A_{s \text{ низ } X} \cdot h_{0x} + A_{s \text{ низ } Y} \cdot h_{0y})} = \\ &= \frac{4.2645}{0.5 \cdot 434\,783 \cdot 0.000565 \cdot (0.17 + 0.16)} = 0.105. \end{aligned}$$

Совместное действие  $M_x$ ,  $M_y$  и  $M_{xy}$

Коэффициент использования плиты по прочности на совместное действие крутящих и изгибающих моментов находим по формуле 8.100 [1]:

$$K_{\text{исп}} = \frac{M_{xy}^2}{(M_{x,ult} - M_x) \cdot (M_{y,ult} - M_y)} = \frac{4.2645^2}{(39.4370 - 26.1445) \cdot (36.9783 - 26.1445)} = 0.126.$$

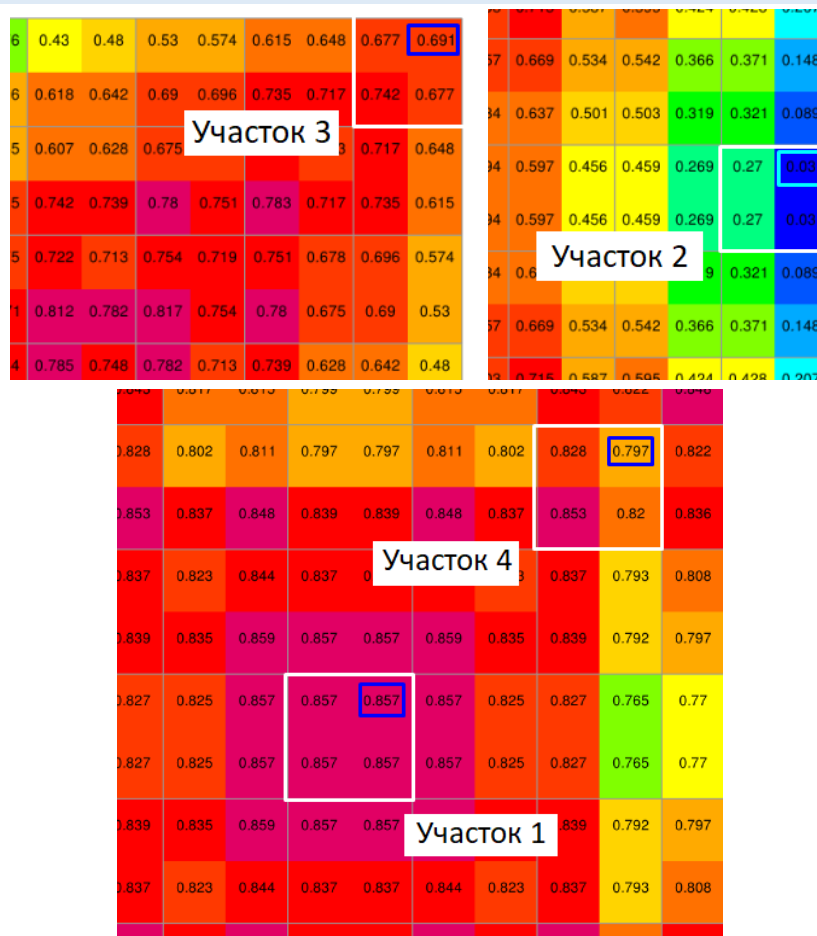
Тогда максимальный коэффициент использования плиты по прочности:

$$K_{\text{исп}} = 0.707.$$

Аналогично находим коэффициенты для остальных участков. В таблице ниже сведены результаты расчёта по каждому участку.

Параметр		Участок		
		1	2	3
Усилия	$M_x, \text{кН} \cdot \text{м}$	31.6753	0	0
	$M_y, \text{кН} \cdot \text{м}$	31.6753	0	0
	$M_{xy}, \text{кН} \cdot \text{м}$	0	1.1253	26.2555
Площадь продольного армирования	$A_{S \text{ низ } X}, \text{м}^2$	0.000565	0.000565	0.000565
	$A_{S \text{ верх } X}, \text{м}^2$	0	0.000565	0.000565
	$A_{S \text{ низ } Y}, \text{м}^2$	0.000565	0.000565	0.000565
	$A_{S \text{ верх } Y}, \text{м}^2$	0	0.000565	0.000565
Изгиб X	$\xi_R$	0.493	0.493	0.493
	$x, \text{м}$	0.019	0.000	0.000
	$x \leq 0?$	нет	да	да
	$\xi$	0.113	-	-
	$\xi < \xi_R?$	да	-	-
	$M_{x,ult}, \text{кН} \cdot \text{м}$	39.4370	34.4209	34.4209
$K_{исп}$		0.803	0.000	0.000
Изгиб Y	$x, \text{м}$	0.019	0.000	0.000
	$x \leq 0?$	нет	да	да
	$\xi$	0.120	-	-
	$\xi < \xi_R?$	да	-	-
	$M_{y,ult}, \text{кН} \cdot \text{м}$	36.9783	29.5037	29.5037
$K_{исп}$		0.857	0.000	0.000
Кручение XY	$M_{bxy,ult}, \text{кН} \cdot \text{м}$	256.1538	256.1538	256.1538
	$M_{sxy,ult}, \text{кН} \cdot \text{м}$	40.5675	40.5675	40.5675
$K_{исп}$ (макс. по кручению)		0.000	0.028	0.647
$K_{исп}$ (совместное действие крутящих и изгибающих моментов)		0.000	0.001	0.686
$K_{исп}$ (макс. по всем проверкам)		<b>0.857</b>	<b>0.03</b>	<b>0.686</b>

РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ



*Максимальные коэффициенты использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов*

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов (участок 1)	0.857	0.857	0.0
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов (участок 2)	0.030	0.03	0.0
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов (участок 3)	0.691	0.686	0.8

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов (участок 4)	0.797	0.707	11.3

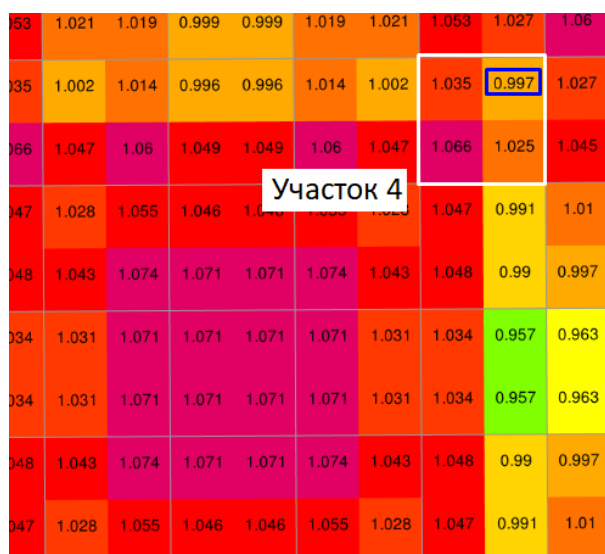
Для более корректной оценки погрешности вычислений рассмотрим расчёт участка 4 в предельном состоянии. Увеличим нагрузку на плиту до значения  $p = 25$  кПа.

Моменты на участке 4 плиты, полученные программе для этой нагрузки  $M_x = M_y = 32.6806$  кН · м,  $M_{xy} = 5.3307$  кН · м.

При повторном ручном расчёте коэффициенты использования составили:

- По прочности на изгиб  $M_x$ :  $K_{исп} = 0.829$ ;
- По прочности на изгиб  $M_y$ :  $K_{исп} = 0.884$ ;
- По прочности на крутящий момент  $M_{xy}$ :  $K_{исп} = 0.979$ .

Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов в SV Plugins составил  $K_{исп} = 0.997$ .



Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов: Участок 4

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов (участок 4 в предельном состоянии)	0.997	0.979	1.8



ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.