

## ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ БАЛОЧНОГО ПЕРЕКРЫТИЯ НА ДЕЙСТВИЕ КРУТЯЩИХ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ПРОДОЛЬНЫХ СИЛ

### ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается каркасная система с балочным перекрытием. Число пролётов – 4, шаг колонн 8.4 м. Балки расположены в обоих направлениях. Сечение колонн 600 х 600 мм. Сечение балок 400 х 650 мм. Толщина плиты перекрытия 250 мм. Для плит перекрытия используется тяжёлый бетон класса В25 и продольная арматура класса А500. Защитные слои арматуры  $a = a' = 40$  мм.

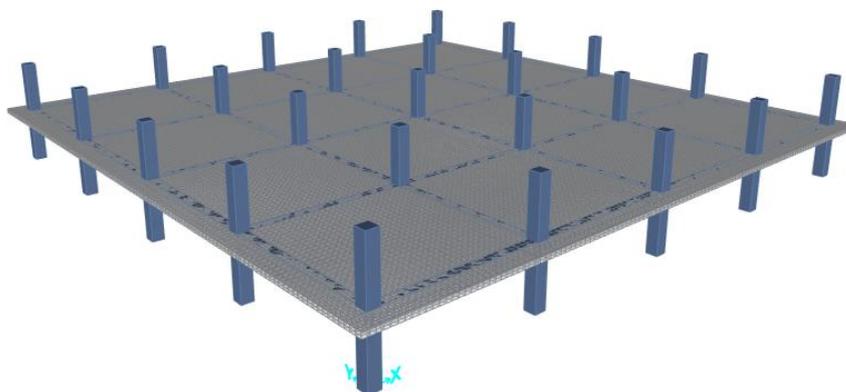
К плите прикладываются равномерно распределённые по площади нагрузки:

- $p_{\text{пол}} = 0.24 \text{ т/м}^2$  – постоянная от веса конструкций пола;
- $p_{\text{офисы}} = 0.2 \text{ т/м}^2$  – временная от офисных помещений;
- $p_{\text{перегородки}} = 0.06 \text{ т/м}^2$  – временная от веса перегородок.

Приводятся нормативные значения нагрузок. Собственный вес конструкций учитывается.

Определяется прочность плиты на совместное действие крутящих и изгибающих моментов и продольных сил при подобранном армировании в пролёте и на опоре. Учитываются понижающие коэффициенты относительно начального модуля упругости бетона: для колонн – 0.6, для плит и балок – 0.2. Сдвиговые деформации не учитываются.

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ



#### Геометрия схемы

$$l_x = l_y = 8.4 \text{ м}$$

– длины пролётов в двух направлениях

#### Свойства сечений

##### Колонны

$$h = 600 \text{ мм}$$

– высота сечения

$$b = 600 \text{ мм}$$

– ширина сечения

##### Балки

$$h = 650 \text{ мм}$$

– высота сечения

$$b = 400 \text{ мм}$$

– ширина сечения

Плита

$h = 250$ мм	– толщина сечения
$a = a' = 40$ мм	– защитные слои до центра тяжести арматуры по верху и низу сечения

*Свойства материалов*

Бетон В25

$E_b = 30\,000\,000$ кН/м <sup>2</sup>	– модуль упругости
$R_{bn} = 18\,500$ кН/м <sup>2</sup>	– нормативное сопротивление сжатию
$R_{btn} = 1\,550$ кН/м <sup>2</sup>	– нормативное сопротивление растяжению

Арматура А500 – продольная

$E_s = 200\,000\,000$ кН/м <sup>2</sup>	– модуль упругости
$R_{sn} = 500\,000$ кН/м <sup>2</sup>	– нормативное сопротивление

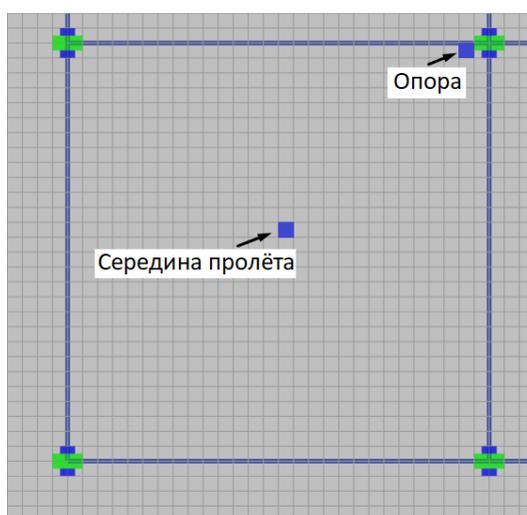
*Коэффициенты*

$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{b1} = 1.0$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре
$\gamma_{f, \text{СобВес}} = 1.1$	– коэффициент надёжности по нагрузке от собственного веса конструкций
$\gamma_{f, \text{пол}} = \gamma_{f, \text{офисы}} = \gamma_{f, \text{перегородки}} = 1.2$	– коэффициенты надёжности по нагрузке от веса полов, перегородок и офисных помещений
Коэф. длительности = 0.35	– коэффициент длительности для нагрузки от офисных помещений
Коэф. длительности = 1.0	– коэффициент длительности для нагрузки от веса перегородок

Рассматриваются следующие сочетания нагрузок по первой и второй группе предельных состояний (при составлении сочетаний учитываются коэффициенты сочетания и коэффициенты надёжности по нагрузке):

Имя сочетания	СобВес	Пол	Офисы	Перегородки
1пс-1	1.1	1.2		
1пс-2	1.1	1.2		1.2
1пс-3	1.1	1.2	1.2	
1пс-4	1.1	1.2	1.2	1.2
2пс-1	1	1		
2пс-2	1	1		1
2пс-3	1	1	1	
2пс-4	1	1	1	1

Моменты определяются на участках, показанных на рисунке ниже.



Рассматриваемые участки плиты перекрытия

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию. Для 1 ПС и 2 ПС:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{18\,500}{1.3} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 14\,231 \text{ кПа};$$

$$R_{b,ser} = \frac{R_{bn}}{\gamma_{b,ser}} = \frac{18\,500}{1.0} = 18\,500 \text{ кПа}.$$

Согласно формуле 6.2 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому растяжению. Для 2 ПС:

$$R_{bt,ser} = \frac{R_{btn}}{\gamma_{bt,ser}} = \frac{1\,550}{1.0} = 1\,550 \text{ кПа}.$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А500 на растяжение и сжатие. Для 1 ПС и 2 ПС:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{500\,000}{1.15} = 434\,783 \text{ кПа};$$

$$R_{sc} = R_s = 434\,783 \text{ кПа} > 400\,000 \text{ кПа, поэтому } R_{sc} = 400\,000 \text{ кПа};$$

$$R_{s,ser} = \frac{R_{sn}}{\gamma_{s,ser}} = \frac{500\,000}{1.0} = 500\,000 \text{ кПа.}$$

Максимальные усилия на рассматриваемых участках плиты, полученные в программе при расчёте по 1 ПС.

В пролёте (сочетание 1пс-4):

- Полные:  $M_x = 24.6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_y = 24.6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{xy} = 0.1145 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $N_x = -19.9 \text{ кН}$ ,  $N_y = -19.9 \text{ кН}$ ,  $N_{xy} = -0.5 \text{ кН}$ .

На опоре (сочетание 1пс-4):

- Полные:  $M_x = -36.2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_y = -16.8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{xy} = -6.2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $N_x = 390.9 \text{ кН}$ ,  $N_y = 87.4 \text{ кН}$ ,  $N_{xy} = -45.6 \text{ кН}$ .

Максимальные моменты на рассматриваемых участках плиты, полученные в программе при расчёте по 2 ПС.

В пролёте (сочетание 2пс-4):

- Полные:  $M_x = 21.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_y = 21.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $N_x = -17.4 \text{ кН}$ ,  $N_y = -17.4 \text{ кН}$ ;
- Длительные:  $M_{x,l} = 19.1 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{y,l} = 19.1 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $N_{x,l} = -15.6 \text{ кН}$ ,  $N_{y,l} = -15.6 \text{ кН}$ .

На опоре (сочетание 2пс-4):

- Полные:  $M_x = -31.8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_y = -14.7 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $N_x = 342.8 \text{ кН}$ ,  $N_y = 76.7 \text{ кН}$ ;
- Длительные:  $M_{x,l} = -28.4 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_{y,l} = -13.2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $N_{x,l} = 306.7 \text{ кН}$ ,  $N_{y,l} = 68.6 \text{ кН}$ .

Площадь армирования, подобранная в SV Plugins при расчёте по 1 ПС (минимальный процент армирования принят равным 0).

В пролёте:

$$A_{s \text{ верх } X} = 0.0 \text{ м}^2, A_{s \text{ низ } X} = 0.000250 \text{ м}^2;$$

$$A_{s \text{ верх } Y} = 0.0 \text{ м}^2, A_{s \text{ низ } Y} = 0.000250 \text{ м}^2.$$

На опоре:

$$A_{s \text{ верх } X} = 0.000947 \text{ м}^2, A_{s \text{ низ } X} = 0.0 \text{ м}^2;$$

$$A_{s \text{ верх } Y} = 0.000320 \text{ м}^2, A_{s \text{ низ } Y} = 0.0 \text{ м}^2.$$

Площадь армирования, подобранная в SV Plugins при расчёте по 1 ПС и 2 ПС (диаметр арматуры для расчёта ширины раскрытия трещин принят равным  $d_s = 12 \text{ мм}$ ):

В пролёте:

$$A_{s \text{ верх } X} = 0.0 \text{ м}^2, A_{s \text{ низ } X} = 0.000250 \text{ м}^2;$$

$$A_{s \text{ верх } Y} = 0.0 \text{ м}^2, A_{s \text{ низ } Y} = 0.000250 \text{ м}^2.$$

На опоре:

$$A_{S \text{ верх } X} = 0.000947 \text{ м}^2, A_{S \text{ низ } X} = 0.0 \text{ м}^2;$$

$$A_{S \text{ верх } Y} = 0.000320 \text{ м}^2, A_{S \text{ низ } Y} = 0.0 \text{ м}^2.$$

Находим коэффициенты использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов и продольных сил в пролёте.

Момент  $M_x$  и продольная сила  $N_x$

Момент  $M_x$  растягивает нижнюю грань сечения, сила  $N_x$  – сжимающая. Расчёт ведется как для внецентренно сжатого элемента с шириной  $b = 1$  м и высотой  $h = 0.25$  м (без учёта коэффициента влияния продольного изгиба  $\eta$ ).

$$\text{Эксцентриситет приложения нагрузки } e_0 = e_{st} = \frac{M_x}{N_x} = \frac{24.6}{19.9} = 1.238 \text{ м.}$$

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{2.17 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.493,$$

где

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{434\,783}{200\,000\,000} = 2.17 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных } R_s, \text{ определяемая по формуле 8.2 [1];}$$

$$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных } R_b, \text{ принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.}$$

Предположим, что  $\xi < \xi_R$ , тогда по формуле 8.12 [1] высота сжатой зоны бетона находится как:

$$x = \frac{N_x + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{19.9 + 434\,783 \cdot 0.000250 + 0}{14\,231 \cdot 1} = 0.009 \text{ м,}$$

тогда

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0.009}{0.21} = 0.043,$$

где

$$h_0 = h - a' = 0.25 - 0.04 = 0.21 \text{ м – рабочая высота сечения.}$$

Так как  $\xi < \xi_R$ , то предположение верно, и сжатая зона бетона  $x = 0.009$  м.

Эксцентриситет находим по формуле 8.11 [1] без учёта  $\eta$ :

$$e = e_0 + \frac{h_0 - a'}{2},$$

то есть

$$N_x \cdot e = N_x \cdot \left( e_0 + \frac{h_0 - a'}{2} \right) = N_x \cdot e_0 + \frac{N_x}{2} \cdot (h_0 - a') = M_x + \frac{N_x}{2} \cdot (h_0 - a').$$

Коэффициент использования плиты по прочности находим по формуле 8.10 [1], перенеся слагаемое  $\frac{N_x}{2} \cdot (h_0 - a')$  в знаменатель:

$$K_{исп} = \frac{M_x}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + \left(R_{sc} \cdot A'_s - \frac{N_x}{2}\right) \cdot (h_0 - a')} =$$
$$= \frac{24.6}{14\,231 \cdot 1 \cdot 0.009 \cdot (0.21 - 0.5 \cdot 0.009) + \left(0 - \frac{19.9}{2}\right) \cdot (0.21 - 0.04)} = \frac{24.6}{24.7} = 0.996.$$

Момент  $M_y$  и продольная сила  $N_y$

Момент  $M_y$  растягивает нижнюю грань сечения, сила  $N_y$  – сжимающая. Расчёт аналогичен расчёту на момент  $M_x$  и продольную силу  $N_x$ .

$$K_{исп} = 0.996.$$

Момент  $M_{xy}$  и продольная сила  $N_{xy}$

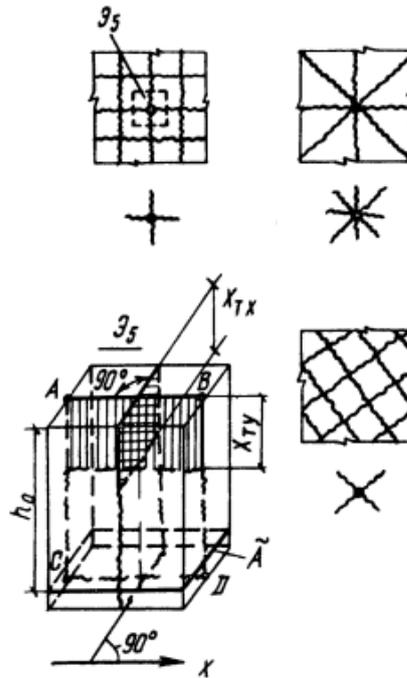
Коэффициент использования плиты по прочности на действие крутящего момента находим по формуле 8.103 с использованием формул 8.104 (по бетону) и 8.105 (по арматуре) [1], учитывая продольную силу  $N_{xy}$  и знаки:

$$K_{исп} = \frac{M_{xy}}{M_{bxy,ult}} = \frac{M_{xy}}{0.1 \cdot R_b \cdot b^2 \cdot h - N_{xy} \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)} =$$
$$= \frac{0.1145}{0.1 \cdot 14\,231 \cdot 1^2 \cdot 0.25 - 0.5 \cdot \left(\frac{0.25}{2} - 0.04\right)} = 0.0003;$$
$$K_{исп} = \frac{M_{xy}}{M_{sxy,ult}} = \frac{M_{xy}}{0.5 \cdot R_s \cdot (A_{s \text{ низ } X} \cdot h_{0x} + A_{s \text{ низ } Y} \cdot h_{0y}) + N_{xy} \cdot \frac{h}{2}} =$$
$$= \frac{0.1145}{0.5 \cdot 434\,783 \cdot 2 \cdot 0.21 \cdot 0.000250 + 0.5 \cdot \frac{0.25}{2}} = 0.005.$$

Совместное действие  $M_x, M_y, M_{xy}, N_x, N_y$  и  $N_{xy}$

Расчёт производится с использованием формул и положений [2].

Моменты  $M_x, M_y, M_{xy}$  растягивают нижнюю грань сечения, силы  $N_x, N_y$  и  $N_{xy}$  – сжимающие. Для рассматриваемого случая характерна 4-я схема трещин.



4-я схема трещин. Фрагменты поверхностей плиты

Рассматривается наиболее опасный случай, когда пересекающиеся трещины проходят вдоль главных осей армирования. Условие прочности по арматуре при совместном действии изгибающих, крутящих моментов и продольных сил:

$$(M_{Tx} - N_x \cdot z_{6x} - M_x) \cdot (M_{Ty} - N_y \cdot z_{6y} - M_y) - (M_{xy} + N_{xy} \cdot z_{6cp})^2 \geq 0,$$

где

$M_{Tx}$  и  $M_{Ty}$  – предельные моменты текучести в арматуре;

$z_{6x}$ ,  $z_{6y}$  – расстояние от центра тяжести сечения до центра тяжести сжатой зоны бетона;

$z_{6cp}$  – среднее расстояние от центра тяжести сечения до центра тяжести сжатой зоны бетона.

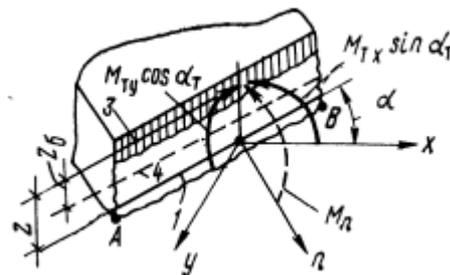


Схема сечения для расчёта прочности

Найдем компоненты уравнения:

$x_x = x_y = 0.009$  м – высота сжатой зоны бетона;

$$z_{6x} = \frac{h}{2} - \frac{x_x}{2} = \frac{0.25}{2} - \frac{0.009}{2} = 0.120 \text{ м};$$

$$z_{6y} = \frac{h}{2} - \frac{x_y}{2} = \frac{0.25}{2} - \frac{0.009}{2} = 0.120 \text{ м};$$

$$z_{6cp} = 0.5 \cdot (z_{6x} + z_{6y}) = 0.5 \cdot 2 \cdot 0.120 = 0.120;$$

$$M_{Tx} = R_s \cdot A_{s \text{ низ } X} \cdot \left( h_0 - \frac{x_x}{2} \right) = 434 \, 783 \cdot 0.000250 \cdot \left( 0.21 - \frac{0.009}{2} \right) = 22.3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{Ty} = R_s \cdot A_{s \text{ низ } Y} \cdot \left( h_0 - \frac{x_y}{2} \right) = 434 \, 783 \cdot 0.000250 \cdot \left( 0.21 - \frac{0.009}{2} \right) = 22.3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент использования плиты по прочности на совместное действие крутящих, изгибающих моментов и продольных сил (с учётом знаков):

$$K_{исп} = \frac{(M_{xy} - N_{xy} \cdot z_{6cp})^2}{(M_{Tx} + N_x \cdot z_{6x} - M_x) \cdot (M_{Ty} + N_y \cdot z_{6y} - M_y)} = \frac{(0.1145 - 0.5 \cdot 0.120)^2}{2 \cdot (22.3 + 19.9 \cdot 0.120 - 24.6)} = 0.305.$$

Проверка прочности по бетону при совместном действии изгибающих, крутящих моментов и продольных сил не требуется, так как высота сжатой зоны бетона мала.

Тогда максимальный коэффициент использования плиты по прочности в пролёте:

$$K_{исп} = 0.996 \text{ (проверка на прочность при действии продольной силы } N_x \text{ с изгибом } M_x \text{ и при действии продольной силы } N_y \text{ с изгибом } M_y).$$

Находим коэффициенты использования плиты по прочности при совместном действии крутящих и изгибающих моментов и продольных сил на опоре.

#### Момент $M_x$ и продольная сила $N_x$

Момент  $M_x$  растягивает верхнюю грань сечения, сила  $N_x$  – растягивающая. Расчёт ведётся как для внецентренно растянутого элемента с шириной  $b = 1$  м и высотой  $h = 0.25$  м.

Согласно п. 8.1.19 [1] находим эксцентриситеты:

$$e_0 = \frac{M_x}{N_x} = \frac{36.2}{390.9} = 0.093 \text{ м};$$

$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a = 0.093 - \frac{0.25}{2} + 0.04 = 0.008 \text{ м};$$

$$e' = e_0 + \frac{h}{2} - a' = 0.093 + \frac{0.25}{2} - 0.04 = 0.178 \text{ м}.$$

Так как  $e' = 0.178 \text{ м} > h_0 - a' = 0.17 \text{ м}$ , а высота сжатой зоны, определенная без учёта сжатой арматуры  $x = \frac{R_s \cdot A_s - N}{R_b \cdot b} = \frac{434 \, 783 \cdot 0.000947 - 390.9}{14 \, 231 \cdot 1} = 0.001 \text{ м} < 2 \cdot a' = 0.08 \text{ м}$ , то коэффициент использования можно найти по формулам 8.20, 8.24 и 8.25 [1] без учёта сжатой арматуры:

$$K_{исп} = \frac{N_x \cdot e}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x)}.$$

Выражение  $N_{max} \cdot e$  можно записать как:

$$N_x \cdot e = N_x \cdot \left( e_0 - \frac{h}{2} + a \right) = N_x \cdot e_0 + N_x \cdot \left( -\frac{h}{2} + a \right) = M_x - N_x \cdot \left( \frac{h}{2} - a \right).$$

Коэффициент использования плиты по прочности находим по формуле, приведенной выше, перенеся слагаемое  $N_x \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)$  в знаменатель:

$$K_{\text{исп}} = \frac{M_x}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + N_x \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)} =$$
$$= \frac{36.2}{14\,231 \cdot 1 \cdot 0.001 \cdot (0.21 - 0.5 \cdot 0.001) + 390.9 \cdot \left(\frac{0.25}{2} - 0.04\right)} = 0.964.$$

Момент  $M_y$  и продольная сила  $N_y$

Момент  $M_y$  растягивает верхнюю грань сечения, сила  $N_y$  – растягивающая. Расчёт ведется как для внецентренно растянутого элемента с шириной  $b = 1$  м и высотой  $h = 0.25$  м.

Согласно п. 8.1.19 [1] находим эксцентриситеты:

$$e_0 = \frac{M_y}{N_y} = \frac{16.8}{87.4} = 0.192 \text{ м};$$
$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a = 0.192 - \frac{0.25}{2} + 0.04 = 0.107 \text{ м};$$
$$e' = e_0 + \frac{h}{2} - a' = 0.192 + \frac{0.25}{2} - 0.04 = 0.277 \text{ м}.$$

Так как  $e' = 0.277 \text{ м} > h_0 - a' = 0.17 \text{ м}$ , а высота сжатой зоны, определенная без учёта сжатой арматуры  $x = \frac{R_s \cdot A_s - N}{R_b \cdot b} = \frac{434\,783 \cdot 0.000320 - 87.4}{14\,231 \cdot 1} = 0.004 \text{ м} < 2 \cdot a' = 0.08 \text{ м}$ , то коэффициент использования можно найти по формулам 8.20, 8.24 и 8.25 [1] без учёта сжатой арматуры:

Коэффициент использования плиты по прочности:

$$K_{\text{исп}} = \frac{M_y}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + N_y \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)} =$$
$$= \frac{16.8}{14\,231 \cdot 1 \cdot 0.004 \cdot (0.21 - 0.5 \cdot 0.004) + 87.4 \cdot \left(\frac{0.25}{2} - 0.04\right)} = 0.923.$$

Момент  $M_{xy}$  и продольная сила  $N_{xy}$

Коэффициент использования плиты по прочности на действие крутящего момента находим по формуле 8.103 с использованием формул 8.104 (по бетону) и 8.105 (по арматуре) [1], учитывая продольную силу  $N_{xy}$  и знаки:

$$K_{\text{исп}} = \frac{M_{xy}}{M_{b_{xy,ult}}} = \frac{M_{xy}}{0.1 \cdot R_b \cdot b^2 \cdot h - N_{xy} \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)} =$$
$$= \frac{6.2}{0.1 \cdot 14\,231 \cdot 1^2 \cdot 0.25 - 45.6 \cdot \left(\frac{0.25}{2} - 0.04\right)} = 0.018;$$

$$K_{\text{исп}} = \frac{M_{xy}}{M_{sxy,ult}} = \frac{M_{xy}}{0.5 \cdot R_s \cdot (A_{s \text{ верх } X} \cdot h_{0x} + A_{s \text{ верх } Y} \cdot h_{0y}) + N_{xy} \cdot \frac{h}{2}} =$$
$$= \frac{6.2}{0.5 \cdot 434\,783 \cdot 0.21 \cdot (0.000947 + 0.000320) + 45.6 \cdot \frac{0.25}{2}} = 0.098.$$

Совместное действие  $M_x, M_y, M_{xy}, N_x, N_y$  и  $N_{xy}$ .

Моменты  $M_x, M_y, M_{xy}$  растягивают верхнюю грань сечения, силы  $N_x, N_y$  – растягивающие,  $N_{xy}$  – сжимающая. Для рассматриваемого случая характерна 4-я схема трещин.

Условие прочности по арматуре при совместном действии изгибающих, крутящих моментов и продольных сил:

$$(M_{Tx} - N_x \cdot z_{6x} - M_x) \cdot (M_{Ty} - N_y \cdot z_{6y} - M_y) - (M_{xy} + N_{xy} \cdot z_{6cp})^2 \geq 0.$$

Найдем компоненты уравнения:

$$x_x = 0.001 \text{ м – высота сжатой зоны бетона по } X;$$

$$x_y = 0.004 \text{ м – высота сжатой зоны бетона по } Y;$$

$$z_{6x} = \frac{h}{2} - \frac{x_x}{2} = \frac{0.25}{2} - \frac{0.001}{2} = 0.124 \text{ м};$$

$$z_{6y} = \frac{h}{2} - \frac{x_y}{2} = \frac{0.25}{2} - \frac{0.004}{2} = 0.123 \text{ м};$$

$$z_{6cp} = 0.5 \cdot (z_{6x} + z_{6y}) = 0.5 \cdot (0.123 + 0.124) = 0.1237;$$

$$M_{Tx} = R_s \cdot A_{s \text{ верх } X} \cdot \left(h_0 - \frac{x_x}{2}\right) = 434\,783 \cdot 0.000947 \cdot \left(0.21 - \frac{0.001}{2}\right) = 86.2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{Ty} = R_s \cdot A_{s \text{ верх } Y} \cdot \left(h_0 - \frac{x_y}{2}\right) = 434\,783 \cdot 0.000320 \cdot \left(0.21 - \frac{0.004}{2}\right) = 29.0 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент использования плиты по прочности на совместное действие крутящих, изгибающих моментов и продольных сил (с учётом знаков):

$$K_{\text{исп}} = \frac{(M_{xy} - N_{xy} \cdot z_{6cp})^2}{(M_{Tx} - N_x \cdot z_{6x} - M_x) \cdot (M_{Ty} - N_y \cdot z_{6y} - M_y)} =$$
$$= \frac{(6.2 - 45.6 \cdot 0.1237)^2}{(86.2 - 390.9 \cdot 0.124 - 36.2) \cdot (29.0 - 87.4 \cdot 0.123 - 16.8)} = 0.173.$$

Проверка прочности по бетону при совместном действии изгибающих, крутящих моментов и продольных сил не требуется, так как высота сжатой зоны бетона мала.

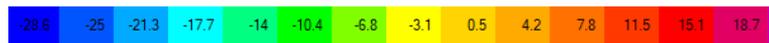
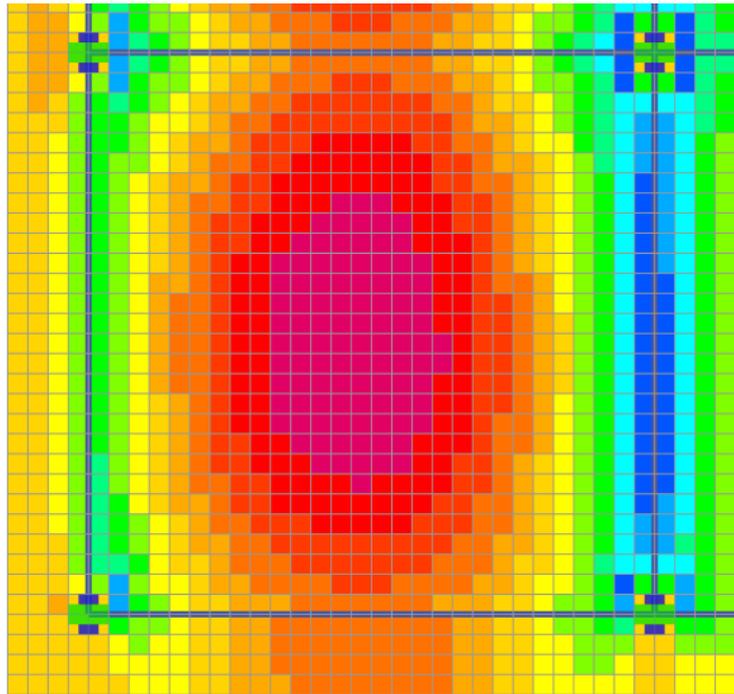
Тогда максимальный коэффициент использования плиты по прочности на опоре:

$$K_{\text{исп}} = 0.964 \text{ (проверка на прочность при действии продольной силы } N_x \text{ с изгибом } M_x).$$

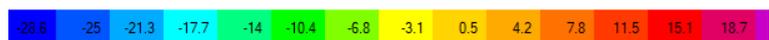
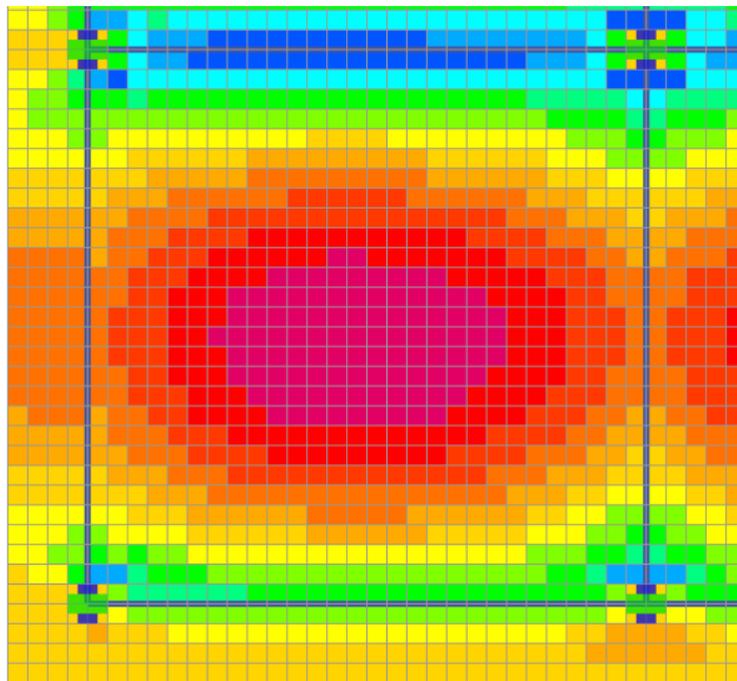
Определяем отношение ширины раскрытия трещин к предельно допустимому значению. Подробный порядок расчёта представлен в примерах 5 и 6 верификации. В таблице ниже сведены промежуточные результаты расчёта для участка в пролёте и для участка на опоре.

Параметр	Участок	Пролёт		Опора		
		Напр. 1 (X)	Напр. 2 (Y)	Напр. 1 (X)	Напр. 2 (Y)	
Характеристики приведённого сечения без трещины	$\alpha$	6.667				
	$A_b, \text{M}^2$	0.25000				
	$A_s, \text{M}^2$	0.000250	0.000250	0.000947	0.000320	
	$A_{red,full}, \text{M}^2$	0.25167	0.25167	0.25631	0.25213	
	$S_{red,full}, \text{M}^2$	0.03132	0.03132	0.03150	0.03134	
	$y_{red,full}, \text{M}$	0.124	0.124	0.123	0.124	
	$I_{b,red,full}, \text{M}^4$	0.00130	0.00130	0.00130	0.00130	
	$I_{s,red,full}, \text{M}^4$	0.000002	0.000002	0.000007	0.000002	
	$I_{red,full}, \text{M}^4$	0.00131	0.00131	0.00135	0.00132	
	$W_{red,full}, \text{M}^3$	0.01056	0.01056	0.01096	0.01060	
	$W_{pl,full}, \text{M}^3$	0.01373	0.01373	0.01424	0.01378	
	$e, \text{M}$	0.0420	0.0420	0.0427	0.0420	
Момент трещинообр.	$M_{crc}, \text{кН} \cdot \text{м}$	22.01	22.01	7.42	18.13	
	Обр. трещины?	нет	нет	да	нет	
Характеристики приведённого сечения с трещиной	$E_{b,red}, \text{кПа}$	12 333 333				
	$\alpha_{s2} = \alpha_{s1}$	16.216				
	$\mu_s$	-	-	0.005	-	
	$x_M, \text{M}$	-	-	0.0664	-	
	Далее деление: Полн. / Длит. / Трещин.					
	$x_m, \text{M}$	-	-	0.0098	-	
				0.0097		
				0.0098*		
	$A_{bc}, \text{M}^2$	-	-	0.00978	-	
				0.00976		
				0.00978		
	$A_{red}, \text{M}^2$	-	-	0.02513	-	
				0.02503		
				0.02513		
	$S_{red}, \text{M}^3$	-	-	0.00327	-	
				0.00327		
				0.00327		
	$y_{red}, \text{M}$	-	-	0.130	-	
				0.131		
				0.130		
$I_{bc,red}, \text{M}^4$	-	-	0.00015	-		
			0.00015			
			0.00015			
$I_{s,red}, \text{M}^4$	-	-	0.000006	-		
			0.000006			
			0.000006			
$I_{red}, \text{M}^4$	-	-	0.000251	-		
			0.000250			
			0.000251			

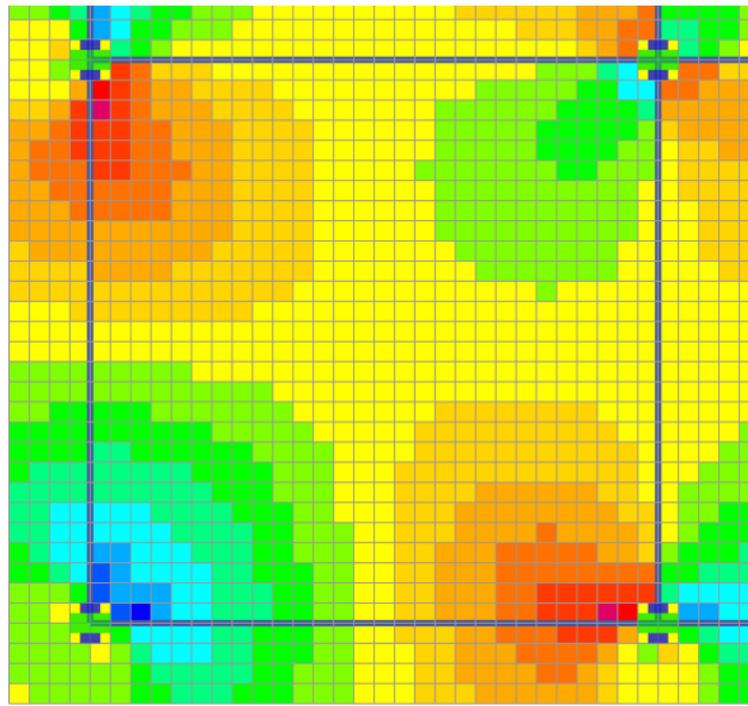
Участок		Пролёт		Опора	
		Напр. 1 (X)	Напр. 2 (Y)	Напр. 1 (X)	Напр. 2 (Y)
Параметры для расчёта ширины раскрытия трещин	$\sigma_{s,crc}$ , кПа	-	-	259 391	-
	$\sigma_s$ , кПа	-	-	384 847	-
	$\sigma_{s,l}$ , кПа	-	-	344 828	-
	$\psi_s$	-	-	0.461	-
	$\psi_{s,l}$	-	-	0.398	-
	$A_{bt}$ , М <sup>4</sup>	-	-	0.12291	-
	$l_s$ , М	-	-	0.400	-
	$\varphi_1$	1.4 / 1.0 / 1.0			
	$\varphi_2$	0.5			
	$\varphi_3$	-	-	1.2	-
Ширина раскрытия трещин	$a_{crc,1}$ , мм	-	-	0.231	-
	$a_{crc,2}$ , мм	-	-	0.213	-
	$a_{crc,3}$ , мм	-	-	0.165	-
	$a_{crc,l}$ , мм	-	-	0.231	-
	$a_{crc,l ult}$ , мм	0.300			
	$a_{crc}$ , мм	-	-	0.279	-
	$a_{crc ult}$ , мм	0.400			
	$a_{crc,l}/a_{crc,l ult}$	0.000	0.000	<b>0.769</b>	0.000
	$a_{crc}/a_{crc ult}$	0.000	0.000	<b>0.697</b>	0.000
<p>*Вычисленная высота сжатой зоны бетона отрицательная. Это свидетельствует о том, что при действии усилий <math>M_{crc} = 7.42</math> кН · м, <math>N = 342.8</math> кН всё сечение становится растянутым.</p> <p>В сечении по расчёту не требуется сжатая арматура, поэтому вычисление напряжений в арматуре при действии изгибающего момента возможно только при положении продольной силы, соответствующей положению растянутой арматуры.</p> <p>Поэтому для определения коэффициента влияния растянутого бетона на деформации в арматуре принимаем ту же высоту сжатой зоны бетона, что и при расчёте на полную величину нагрузок. Это предположение справедливо при пропорциональном уменьшении обеих усилий: и <math>M</math> до уровня <math>M_{crc}</math>, и <math>N</math> до уровня <math>N \cdot M_{crc}/M</math>.</p>					



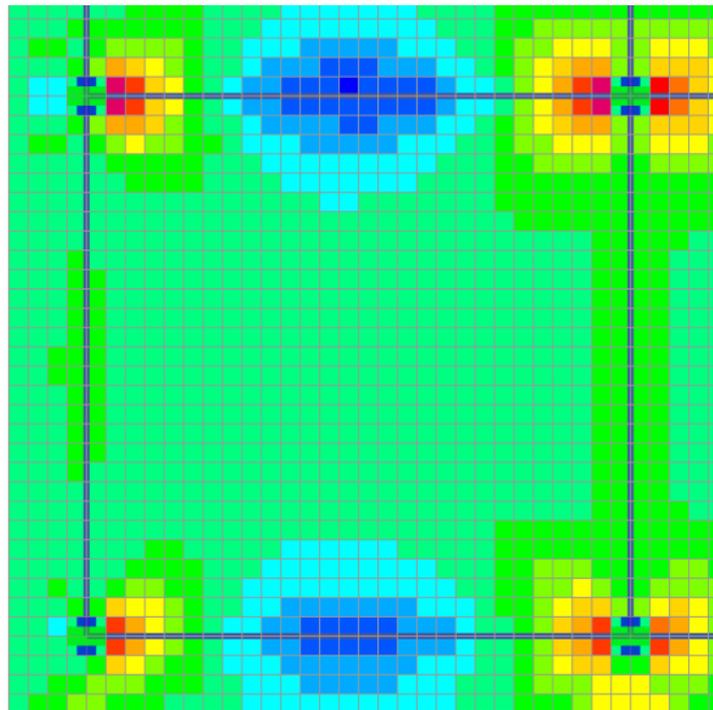
Изополя изгибающих моментов  $M_{11}$  ( $M_x$ ), кН · м/м, для 1пс-4 в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия



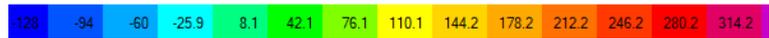
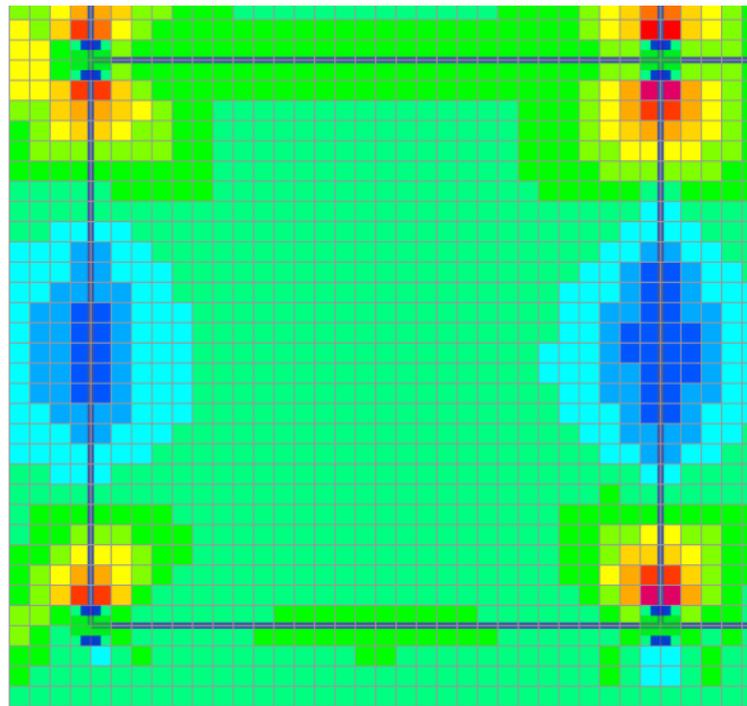
Изополя изгибающих моментов  $M_{22}$  ( $M_y$ ), кН · м/м, для 1пс-4 в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия



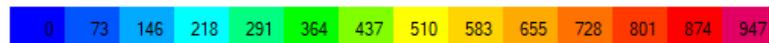
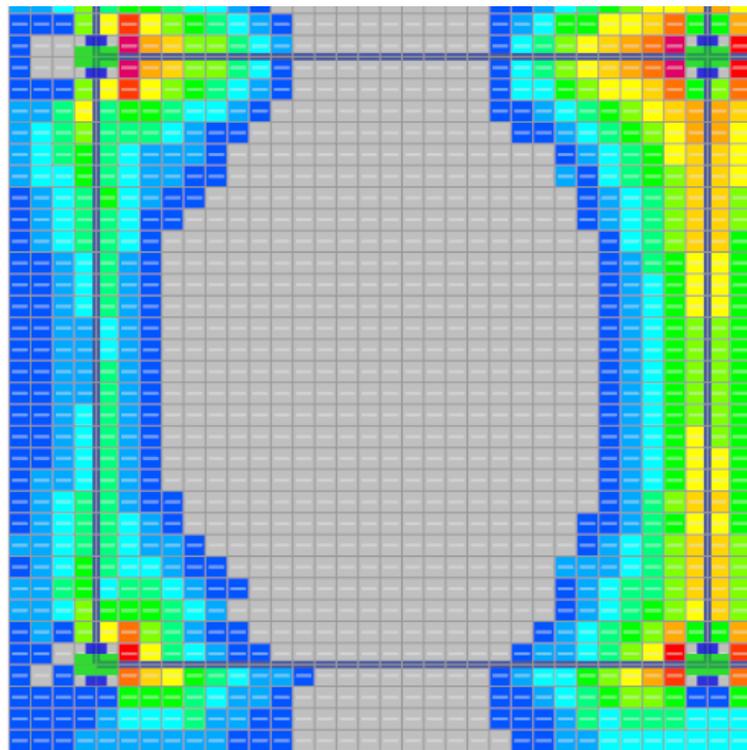
Изополя крутящих моментов  $M_{12} (M_{xy})$ , кН · м/м, для 1пс-4  
в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия



Изополя мембранных усилий  $F_{11} (N_x)$ , кН/м,  
в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия

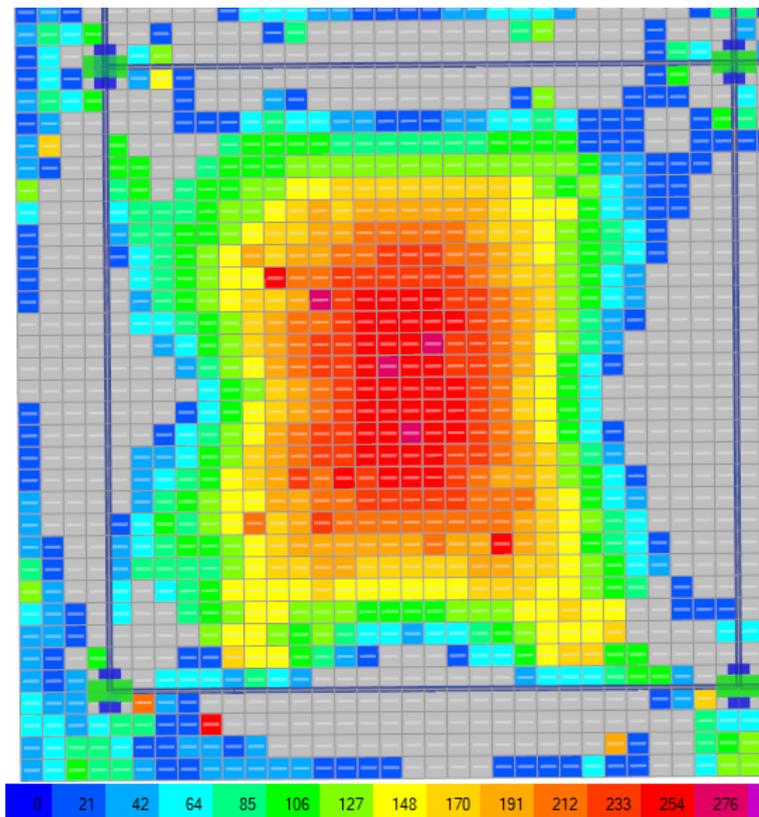


Изополю мембранных усилий  $F_{22} (N_y)$ , кН/м,  
в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия



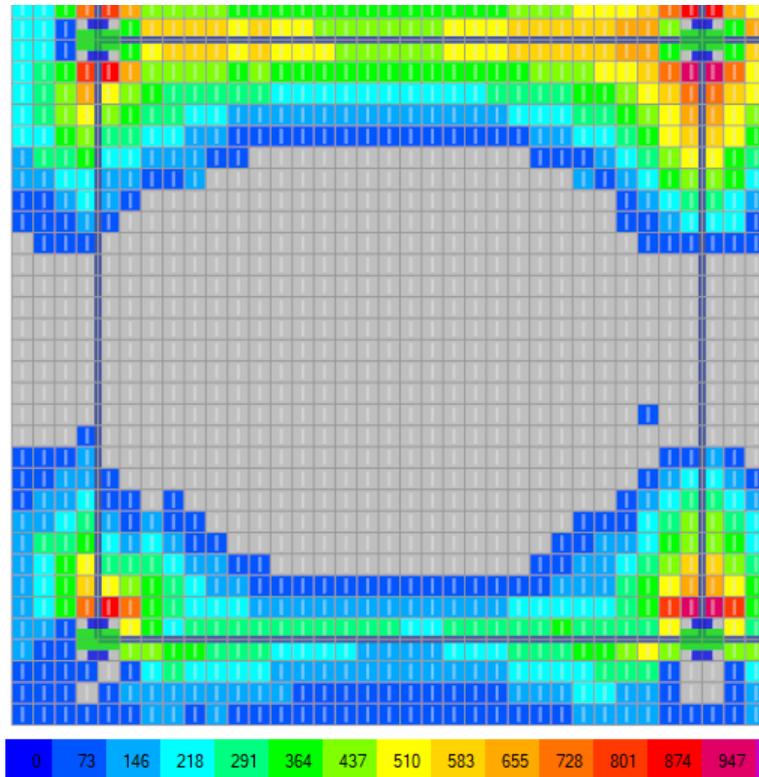
Расчёт 1 ПС

Изополю требуемого продольного армирования по верху сечения в направлении оси 1 (X), мм<sup>2</sup>, в  
элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия



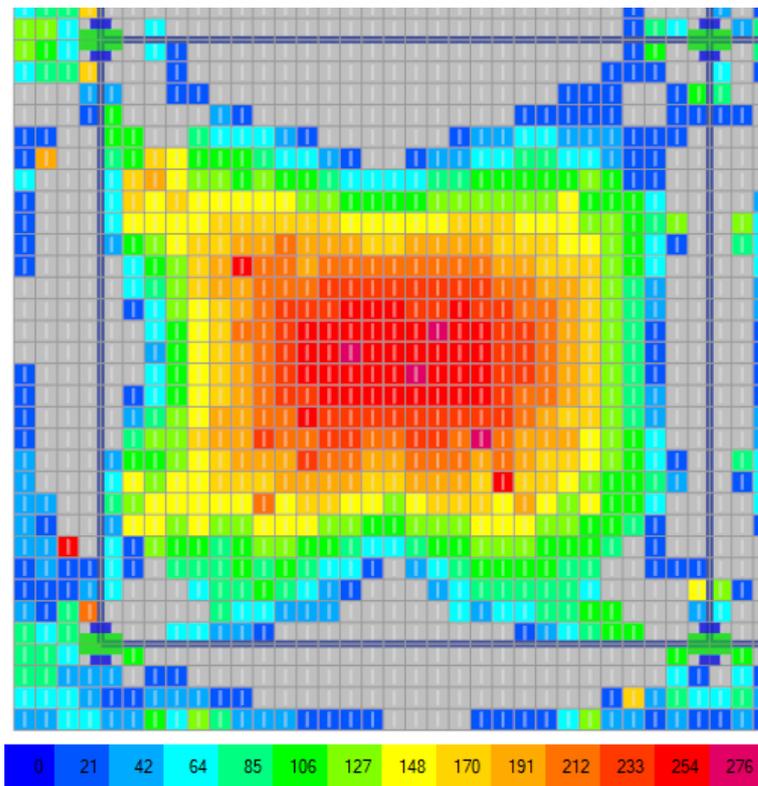
**Расчёт 1 ПС**

*Изополя требуемого продольного армирования по низу сечения в направлении оси 1 (X), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия*



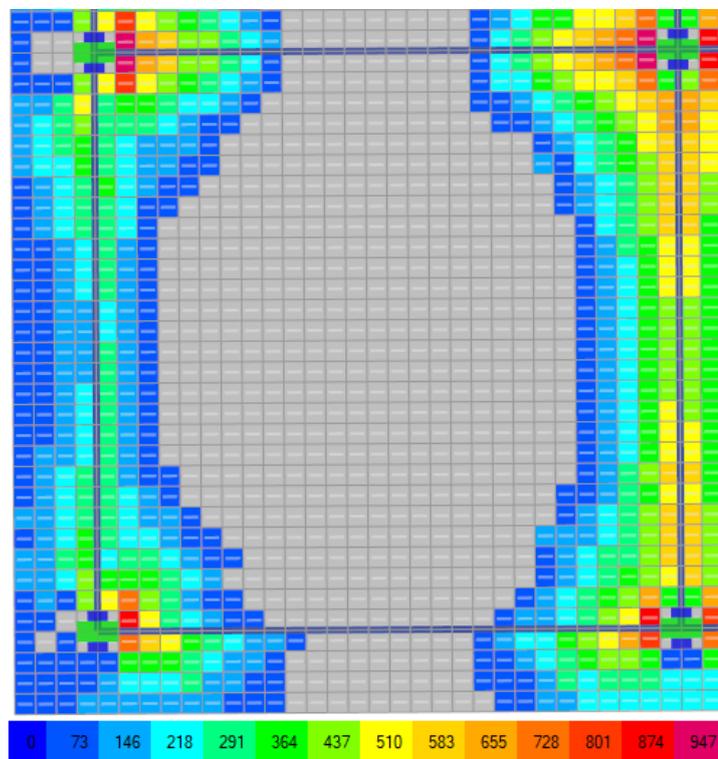
**Расчёт 1 ПС**

*Изополя требуемого продольного армирования по верху сечения в направлении оси 2 (Y), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия*



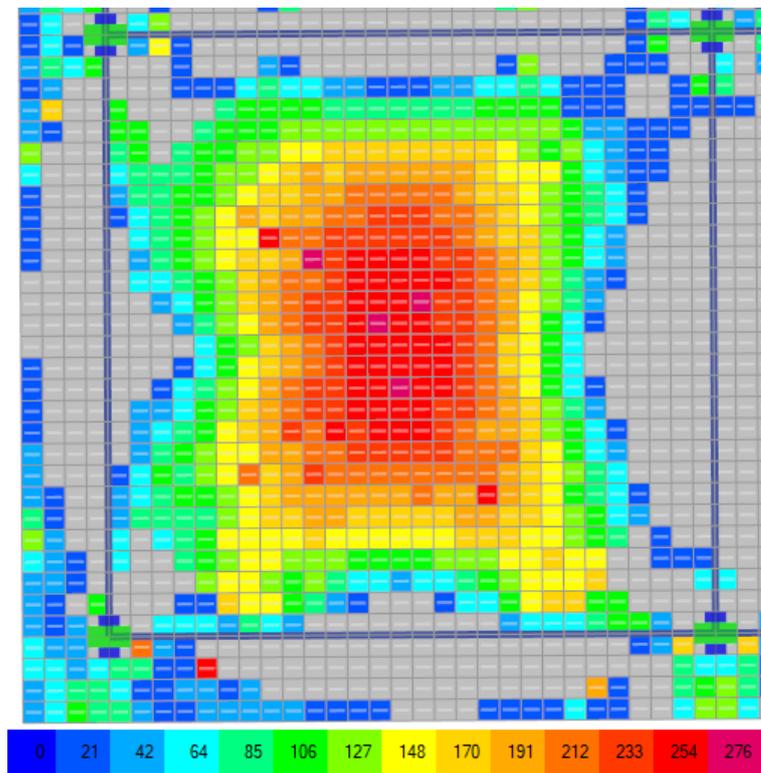
**Расчёт 1 ПС**

*Изополя требуемого продольного армирования по низу сечения в направлении оси 2 (Y), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия*



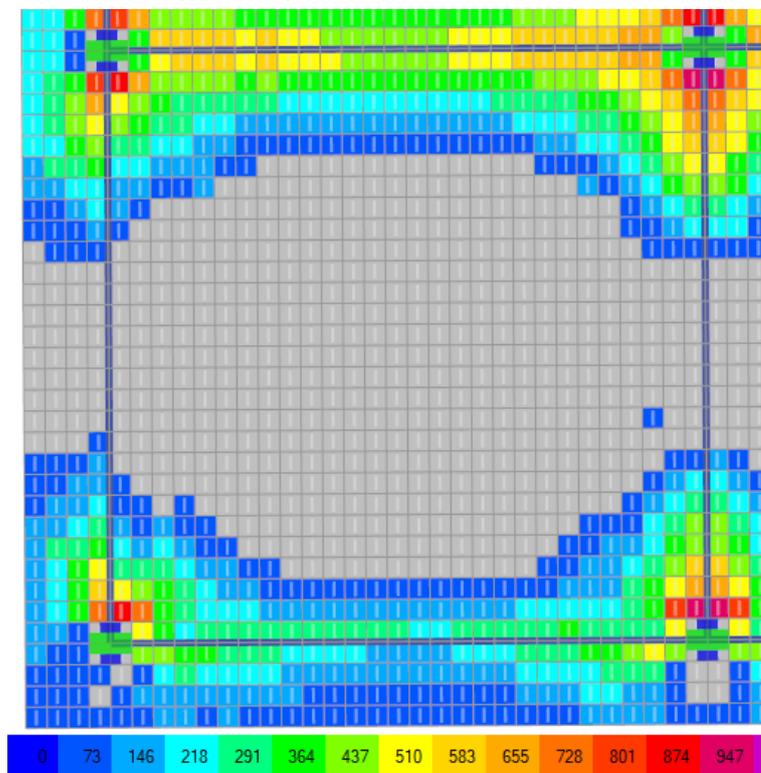
**Расчёт 1 ПС + 2 ПС**

*Изополя требуемого продольного армирования по верху сечения в направлении оси 1 (X), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия*



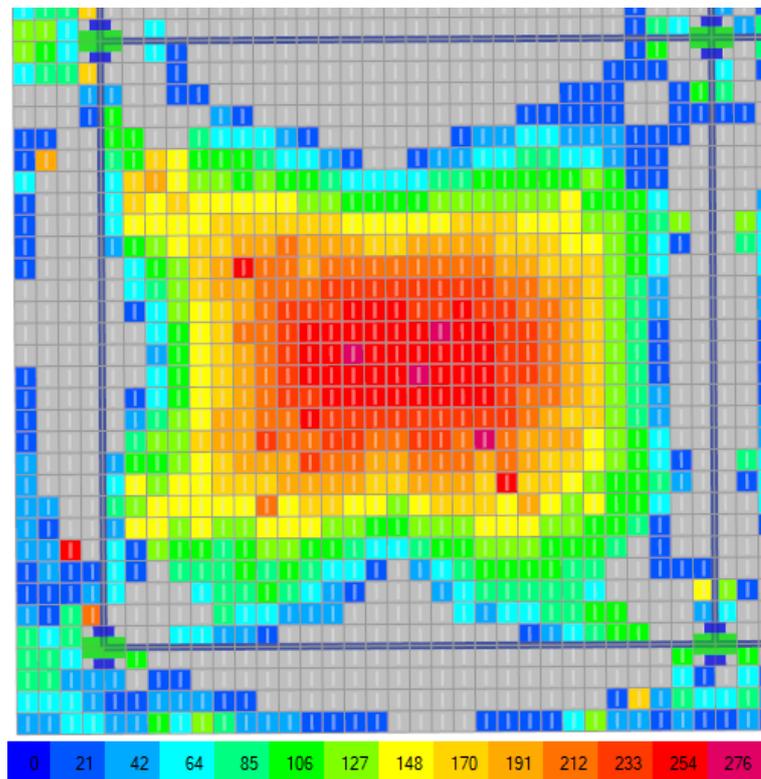
**Расчёт 1 ПС + 2 ПС**

*Изополю требуемого продольного армирования по низу сечения в направлении оси 1 (X), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия*



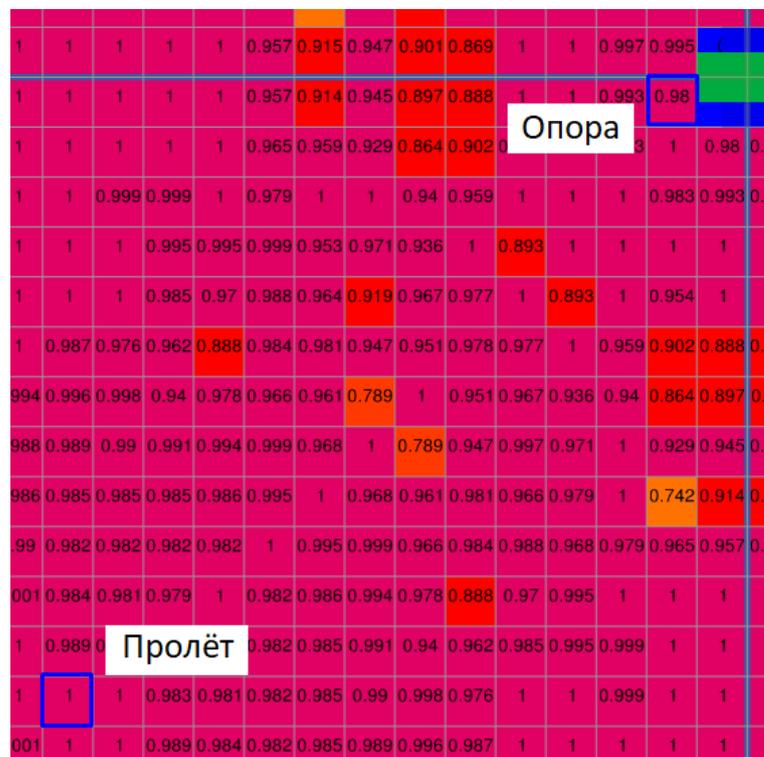
**Расчёт 1 ПС + 2 ПС**

*Изополю требуемого продольного армирования по верху сечения в направлении оси 2 (Y), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия*



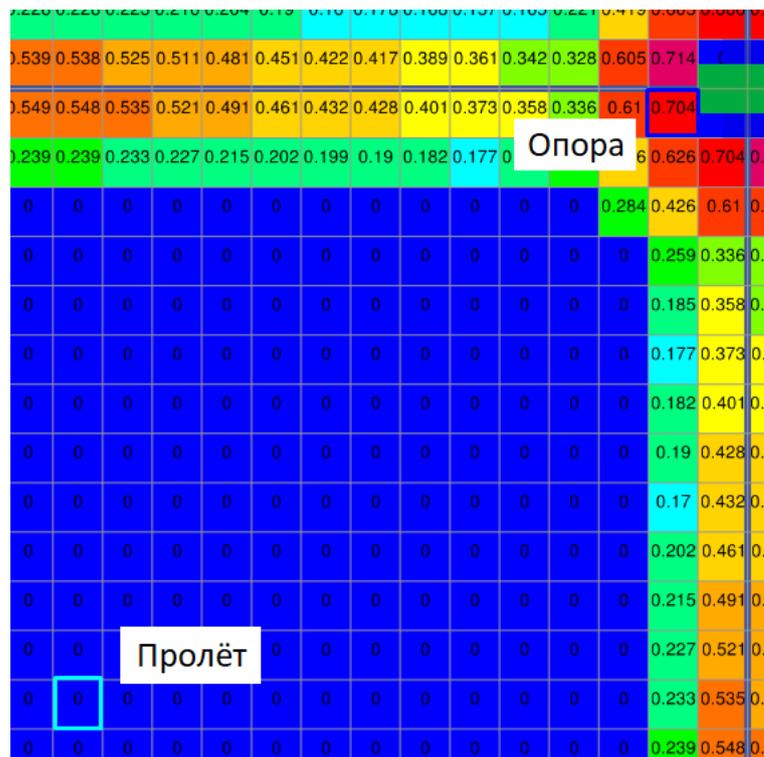
**Расчёт 1 ПС + 2 ПС**

Изополю требуемого продольного армирования по низу сечения в направлении оси 2 (Y), мм<sup>2</sup>, в элементах оболочки на рассматриваемом участке перекрытия



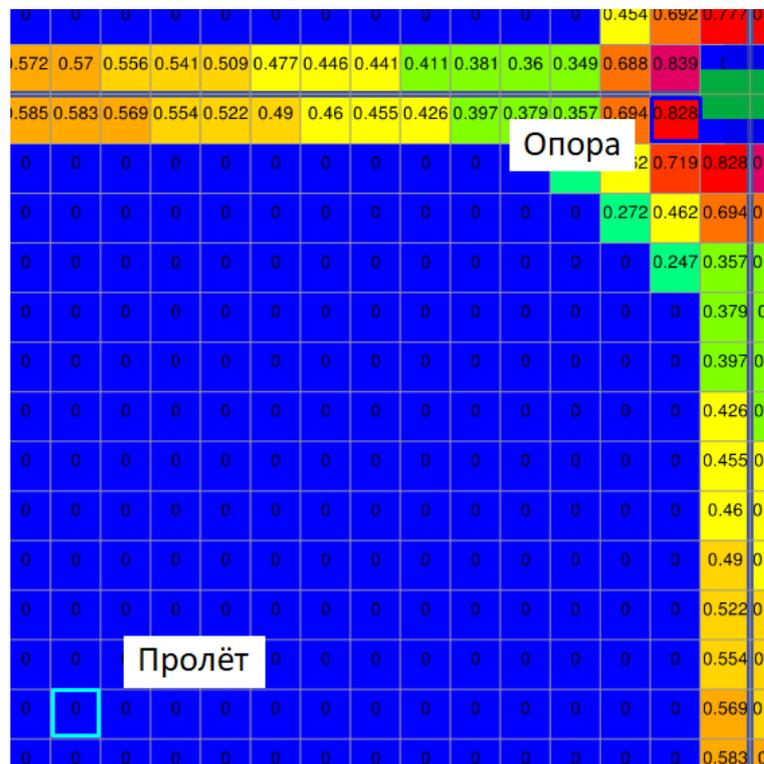
**Расчёт 1 ПС**

Максимальные коэффициенты использования плиты по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов и продольных сил на опоре и в пролёте



**Расчёт 1 ПС + 2 ПС**

Максимальные отношения ширины раскрытия трещин к допустимому значению на опоре и в пролёте при полной нагрузке



**Расчёт 1 ПС + 2 ПС**

Максимальные отношения ширины раскрытия трещин к допустимому значению на опоре и в пролёте при длительной составляющей нагрузки

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов и продольных сил в пролёте (арматура подобрана по 1 ПС)	1.000	0.996	0.4
Максимальный коэффициент использования плиты по прочности при действии крутящих и изгибающих моментов и продольных сил на опоре (арматура подобрана по 1 ПС)	0.980	0.964	1.7
Максимальное отношение ширины раскрытия трещин к допустимому значению в пролёте при полной нагрузке (арматура подобрана по 1 ПС + 2 ПС)	0.000 (не обр.)	0.000 (не обр.)	0.0
Максимальное отношение ширины раскрытия трещин к допустимому значению на опоре при полной нагрузке (арматура подобрана по 1 ПС + 2 ПС)	0.704	0.697	1.0
Максимальное отношение ширины раскрытия трещин к допустимому значению в пролёте при длительной составляющей нагрузки (арматура подобрана по 1 ПС + 2 ПС)	0.000 (не обр.)	0.000 (не обр.)	0.0
Максимальное отношение ширины раскрытия трещин к допустимому значению на опоре при длительной составляющей нагрузки (арматура подобрана по 1 ПС + 2 ПС)	0.828	0.769	7.7

ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.
2. Карпенко Н. И. «Теория деформирования железобетона с трещинами». Москва, Стройиздат, 1976. 196 с.
3. Давидюк А. А., Артемьев Е. А., Шокот С. В. «Подбор армирования в плитах перекрытия в программных комплексах ЛИРА-САПР, SCAD, ЛИРА-10». Промышленное и гражданское строительство, N 10, 2018, с. 69-73.