

ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОЙ КОЛОННЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ ЗНАКОПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗОК

ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается колонна среднего этажа рамного каркаса с сечением шириной $b = 300$ мм и высотой $h = 400$ мм. Высота этажа 6 м. Используется тяжёлый бетон класса В20 и арматура класса А400. Площадь сечения арматуры по нижней грани сечения $A_s = 1\,963$ мм² (4Ø25), по верхней грани сечения – $A'_s = 1\,257$ мм² (4Ø20). Защитные слои арматуры $a = a' = 40$ мм.

Продольные силы и изгибающие моменты в сечении от нагрузок:

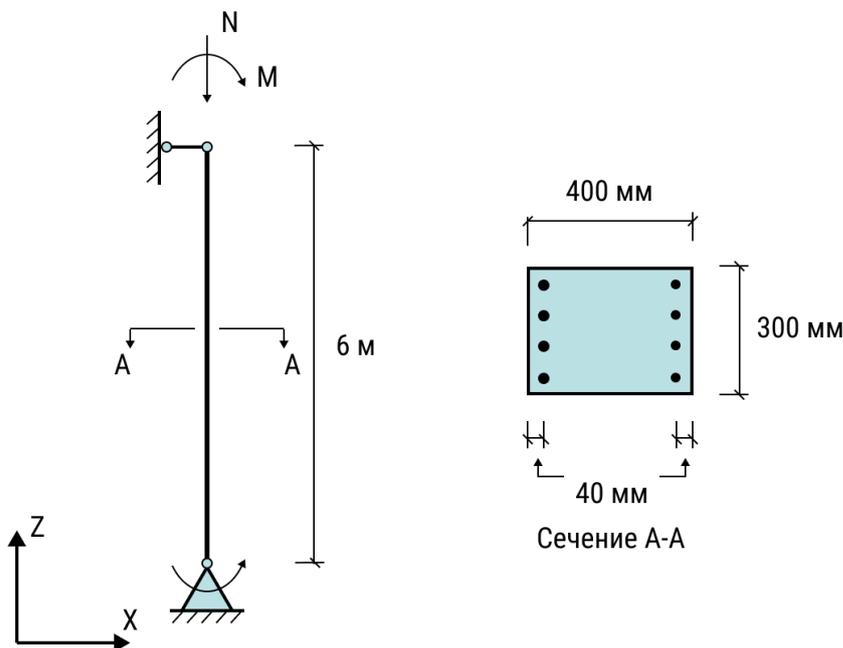
- вертикальных полных $N_v = 480$ кН, $M_v = 55$ кН · м,
- вертикальных постоянных и длительных $N_l = 480$ кН, $M_l = 40$ кН · м;
- ветровых $N_h = 0$ кН, $M_h = 90$ кН · м.

Приводятся нормативные значения нагрузок. Ветровая нагрузка рассматривается как знакопеременная.

Определяется максимальный коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии. Коэффициент расчётной длины колонны $\mu_x = 1.2$. Конструкция статически неопределимая.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Для получения требуемых усилий в сечении колонны условия опирания и приложение нагрузок моделируются упрощённо.



Свойства сечения

$h = 400$ мм	– высота сечения
$b = 300$ мм	– ширина сечения
$a = a' = 40$ мм	– защитный слой до центра тяжести растянутой и сжатой арматуры
$A_s = 1\,963$ мм ²	– площадь сечения продольной арматуры по нижней грани сечения

$$A'_s = 1\,257 \text{ мм}^2$$

– площадь сечения продольной арматуры по верхней грани сечения

Свойства материалов

Бетон В20

$$E_b = 27\,500\,000 \text{ кН/м}^2$$

– модуль упругости

$$R_{bn} = 15\,000 \text{ кН/м}^2$$

– нормативное сопротивление сжатию

Арматура А400 – продольная

$$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$$

– модуль упругости

$$R_{sn} = 400\,000 \text{ кН/м}^2$$

– нормативное сопротивление

Коэффициенты

$$\gamma_b = 1.3$$

– коэффициент надёжности по бетону при сжатии

$$\gamma_{b1} = 1.0 \text{ или } \gamma_{b1} = 0.9$$

– коэффициенты условий работы бетона

$$\gamma_{b2} = 1.0$$

$$\gamma_{b3} = 1.0$$

$$\gamma_{b4} = 1.0$$

$$\gamma_{b5} = 1.0$$

$$\gamma_s = 1.15$$

– коэффициент надёжности по арматуре

$$\gamma_{f,v} = 1.20$$

– коэффициент надёжности по кратковременной составляющей вертикальной нагрузки

$$\gamma_{f,l} = 1.15$$

– коэффициент надёжности по длительной составляющей вертикальной нагрузки

$$\gamma_{f,h} = 1.40$$

– коэффициент надёжности по ветровой нагрузке

Рассматриваются следующие сочетания нагрузок:

Имя сочетания	LONG _v	SHORT _v	SHORT _H
1пс-1	1.15		
1пс-2	1.15	1.20	
1пс-3	1.15		1.40
1пс-4	1.15		-1.40
1пс-5	1.15	1.20	1.26
1пс-6	1.15	1.08	1.40
1пс-7	1.15	1.20	-1.26
1пс-8	1.15	1.08	-1.40

LONG_v – длительная составляющая вертикальной нагрузки;

SHORT_v – кратковременная составляющая вертикальной нагрузки;

SHORT_H – кратковременная ветровая нагрузка.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию.

При действии длительных и кратковременных нагрузок:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{15\,000}{1.3} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 11\,538 \text{ кПа};$$

При действии только длительных нагрузок:

$$R_{b,long} = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{15\,000}{1.3} \cdot 0.9 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 10\,385 \text{ кПа}.$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А400 на растяжение и сжатие:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{400\,000}{1.15} = 347\,826 \text{ кПа};$$

$$R_{sc} = R_s = 347\,826 \text{ кПа} < 400\,000 \text{ кПа}.$$

Согласно п. 6.2-6.4 [2] составим сочетания нагрузок, учитывая коэффициенты надёжности по нагрузке:

1. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v)$;
2. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) + 1.0 \cdot (1.2 \cdot \text{SHORT}_v)$;
3. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) + 1.0 \cdot (1.4 \cdot \text{SHORT}_H)$;
4. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) - 1.0 \cdot (1.4 \cdot \text{SHORT}_H)$;
5. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) + 1.0 \cdot (1.2 \cdot \text{SHORT}_v) + 0.9 \cdot (1.4 \cdot \text{SHORT}_H)$;
6. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) + 1.0 \cdot (1.4 \cdot \text{SHORT}_H) + 0.9 \cdot (1.2 \cdot \text{SHORT}_v)$;
7. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) + 1.0 \cdot (1.2 \cdot \text{SHORT}_v) - 0.9 \cdot (1.4 \cdot \text{SHORT}_H)$;
8. $1.0 \cdot (1.15 \cdot \text{LONG}_v) - 1.0 \cdot (1.4 \cdot \text{SHORT}_H) + 0.9 \cdot (1.2 \cdot \text{SHORT}_v)$.

Подробный расчёт представлен для сочетания 1. Максимальные усилия в элементе:

$$N = N_l \cdot \gamma_{f,l} = 480 \cdot 1.15 = 552 \text{ кН};$$

$$M = M_l \cdot \gamma_{f,l} = 40 \cdot 1.15 = 46 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Согласно п. 8.1.7 [1] находим эксцентриситеты для статически неопределимой конструкции:

$$e_a = \max\left(\frac{1}{600} \cdot l; \frac{1}{30} \cdot h; 10 \text{ мм}\right) = \max(0.01; 0.0133; 0.01) = 0.0133 \text{ м};$$

$$e_{st} = \frac{M}{N} = \frac{46}{552} = 0.0833 \text{ м};$$

$$e_0 = e_{st} = 0.0833 \text{ м} > e_a.$$

Находим коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии.

Допускается производить расчёт конструкций по недеформированной схеме, учитывая влияние прогиба элемента на его прочность $e_0 \cdot \eta$. При этом должно выполняться условие:

$$\frac{l_0}{i} = \frac{7.2}{0.115} = 62.35 > 14,$$

где

$$l_0 = 1.2 \cdot l = 1.2 \cdot 6 = 7.2 \text{ м} - \text{расчётная длина элемента};$$

$$i = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{0.0016}{0.12}} = 0.115 \text{ м} - \text{радиус инерции}.$$

Коэффициент η рассчитывается согласно формуле 8.14 и положениям п. 8.1.15 [1]:

$$h_0 = h - a = 0.4 - 0.04 = 0.36 \text{ м} - \text{рабочая высота сечения};$$

$$M_1 = M + N \cdot \left(\frac{h_0 - a'}{2}\right) = 46 + 552 \cdot \left(\frac{0.36 - 0.04}{2}\right) = 134.3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{l1} = M_1 = 134.32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\varphi_l = 1 + \frac{M_{l1}}{M_1} = 1 + 1 = 2;$$

$$0.15 < \delta_e = \frac{e_0}{h} = \frac{0.0833}{0.4} = 0.208 < 1.5;$$

$$k_s = 0.7;$$

$$k_b = \frac{0.15}{\varphi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} = \frac{0.15}{2 \cdot (0.3 + 0.208)} = 0.148;$$

$$I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.3 \cdot 0.4^3}{12} = 0.0016 \text{ м}^4;$$

$$I_s = A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 + A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - a'\right)^2 = (0.001963 + 0.001257) \cdot \left(\frac{0.4}{2} - 0.04\right)^2 = 0.000082 \text{ м}^4;$$

$$D = k_b \cdot E_b \cdot I_b + k_s \cdot E_s \cdot I_s = 0.148 \cdot 27\,500\,000 \cdot 0.0016 + 0.7 \cdot 200\,000\,000 \cdot 0.000082 = \\ = 18\,033 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{l_0^2} = \frac{3.14^2 \cdot 18\,033}{7.2^2} = 3\,433 \text{ кН};$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{552}{3\,433}} = 1.192.$$

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{1.74 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.534,$$

где

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{347\,826}{200\,000\,000} = 1.74 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных } R_s, \text{ определяемая по формуле 8.2 [1];}$$

$$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных } R_b, \text{ принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.}$$

Предположим, что $\xi < \xi_R$, тогда по формуле 8.12 [1] высота сжатой зоны бетона находится как:

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_{b,long} \cdot b} = \frac{552 + 347\,826 \cdot (0.001963 - 0.001257)}{10\,385 \cdot 0.3} = 0.256 \text{ м},$$

тогда

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0.256}{0.36} = 0.711.$$

Так как $\xi > \xi_R$, то предположение неверно, и сжатая зона бетона определяется по формуле 8.13 [1]:

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s \cdot \frac{1 + \xi_R}{1 - \xi_R} - R_{sc} \cdot A'_s}{R_{b,long} \cdot b + \frac{2 \cdot R_s \cdot A_s}{h_0 \cdot (1 - \xi_R)}} = \frac{552 + 347\,826 \cdot 0.001963 \cdot \left(\frac{1 + 0.534}{1 - 0.534}\right) - 347\,826 \cdot 0.001257}{10\,385 \cdot 0.3 + \frac{2 \cdot 347\,826 \cdot 0.001963}{0.36 \cdot (1 - 0.534)}} = 0.210 \text{ м}.$$

Эксцентриситет находим по формуле 8.11 [1]:

$$e = e_0 \cdot \eta + \frac{h_0 - a'}{2},$$

то есть

$$N \cdot e = N \cdot \left(e_0 \cdot \eta + \frac{h_0 - a'}{2} \right) = N \cdot e_0 \cdot \eta + \frac{N}{2} \cdot (h_0 - a').$$

Коэффициент использования колонны по прочности находим по формуле 8.10 [1], перенеся слагаемое $\frac{N}{2} \cdot (h_0 - a')$ в знаменатель:

$$K_{исп} = \frac{N \cdot e_0 \cdot \eta}{R_{b,long} \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + \left(R_{sc} \cdot A'_s - \frac{N}{2} \right) \cdot (h_0 - a')} =$$

$$= \frac{552 \cdot 0.0833 \cdot 1.192}{10\,385 \cdot 0.3 \cdot 0.210 \cdot (0.36 - 0.5 \cdot 0.210) + \left(347\,826 \cdot 0.001257 - \frac{552}{2}\right) \cdot (0.36 - 0.04)} = 0.251.$$

В таблице ниже сведены промежуточные результаты расчёта по каждому из сочетаний.

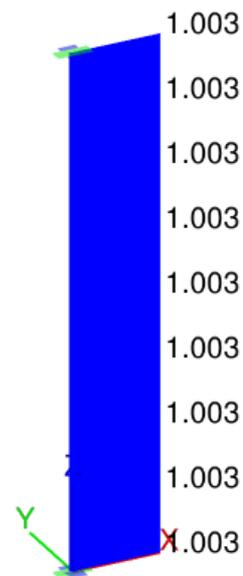
Сочетание		1	2	3	4	5	6	7	8
Усилия	N , кН	-552							
	$M_{v\,long}$, кН·м	46	46	46	46	46	46	46	46
	$M_{v\,short}$, кН·м	-	18	-	-	18	126	18	16.2
	$M_{h\,short}$, кН·м	-	-	126	-126	113.4	16.2	-113.4	-126
	M_{max} , кН·м	46	64	172	-80	177.4	188.2	-49.4	-63.8
Эксцентриситеты	e_a , м	0.0133							
	e_{st} , м	0.0833	0.1159	0.3116	0.1449	0.3214	0.3409	0.0895	0.1156
	e_0 , м	0.0833	0.1159	0.3116	0.1449	0.3214	0.3409	0.0895	0.1156
Коэф. продольного изгиба	l_0/i	62.35							
	M_1 , кН·м	134.32	152.32	260.32	(-) 168.32	265.72	276.52	(-) 137.72	(-) 152.12
	M_{l1} , кН·м	134.32	134.32	134.32	134.32	134.32	134.32	134.32	134.32
	φ_l	2.000	1.882	1.516	1.798	1.505	1.486	1.975	1.883
	δ_e	0.208	0.290	0.779	0.362	0.803	0.852	0.224	0.289
	k_s	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
	k_b	0.148	0.135	0.092	0.126	0.090	0.088	0.145	0.135
	I_b , м ⁴	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016
	I_s , м ⁴	$82 \cdot 10^{-6}$							
	D , кН·м ²	18 033	17 487	15 576	17 083	15 514	15 396	17 921	17 492
	N_{cr} , кН	3 433	3 329	2 965	3 252	2 954	2 931	3 412	3 330
	η	1.192	1.199	1.229	1.204	1.230	1.232	1.193	1.199
Высота сжатой зоны бетона	ξ_R	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534
	x , м	0.256	0.230	0.230	0.088	0.230	0.230	0.088	0.088
	ξ	0.711	0.640	0.640	0.246	0.640	0.640	0.246	0.246
	$\xi < \xi_R?$	нет	нет	нет	да	нет	нет	да	да
	x , м	0.210	0.204	0.204	0.088	0.204	0.204	0.088	0.088
$K_{исп}$	0.251	0.328	0.905	0.425	0.934	0.993	0.260	0.337	

Таким образом, максимальный коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии $K_{исп} = 0.993$.

РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ

Сочетание	Шаг	Кисп
1пс-1	1	0.257
1пс-2	1	0.333
1пс-3	1	0.914
1пс-4	1	0.423
1пс-5	1	0.943
1пс-6	1	1.003
1пс-7	1	0.261
1пс-8	1	0.337

Коэффициенты использования колонны по прочности для сочетаний 1пс-1...1пс-8



Максимальный коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальный коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии	1.003	0.993	1.1

ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.
2. СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия (с Изменениями 1, 2, 3, 4). Москва, 2018.