

ПОДБОР ПРОДОЛЬНОГО АРМИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОЙ КОЛОННЫ КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ

ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается колонна среднего этажа рамного каркаса с сечением шириной $b = 400$ мм и высотой $h = 400$ мм. Высота этажа 4.8 м. Используется тяжёлый бетон класса В25 и арматура класса А400. Арматура расположена симметрично: по три стержня у верхней и нижней грани сечения ($3\phi d$). Защитные слои арматуры $a = a' = 50$ мм.

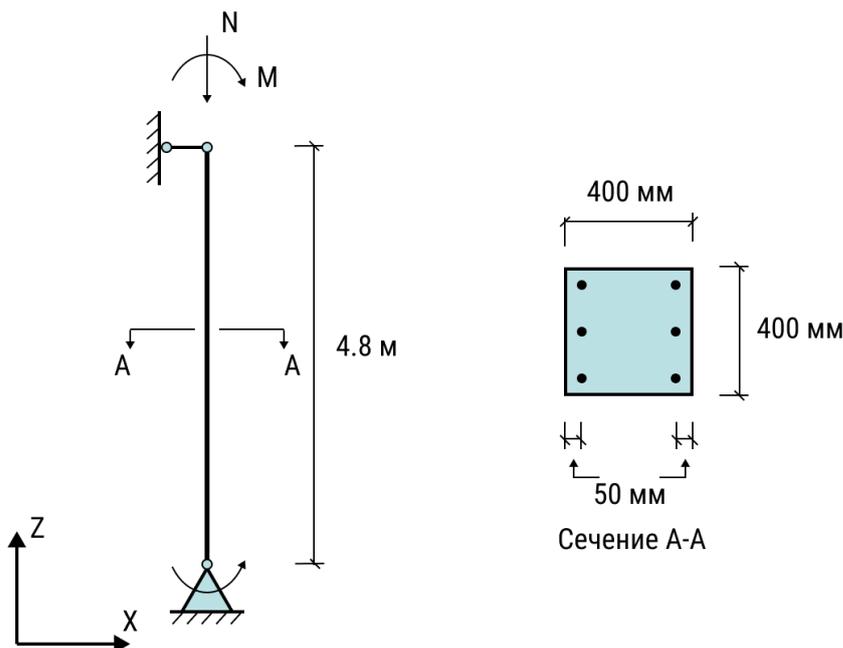
Продольные силы и изгибающие моменты в опорном сечении от нагрузок:

- вертикальных полных $N_v = 900$ кН, $M_v = 160$ кН · м,
- вертикальных постоянных и длительных $N_l = 800$ кН, $M_l = 150$ кН · м;
- ветровых $N_h = 100$ кН, $M_h = 110$ кН · м.

Определяется требуемая площадь продольного армирования. Коэффициент расчётной длины колонны $\mu_x = 1.2$. Конструкция статически неопределимая.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Для получения требуемых усилий в сечении колонны условия опирания и приложение нагрузок моделируются упрощённо.



Свойства сечения

$h = 400$ мм	– высота сечения
$b = 400$ мм	– ширина сечения
$a = a' = 50$ мм	– защитный слой до центра тяжести растянутой и сжатой арматуры

Свойства материалов

Бетон В25

$E_b = 30\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{bn} = 18\,500 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление сжатию

Арматура А400 – продольная

$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{sn} = 400\,000 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление

Коэффициенты

$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{b1} = 1.0$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{18\,500}{1.3} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 14\,231 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А400 на растяжение и сжатие:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{400\,000}{1.15} = 347\,826 \text{ кПа;}$$

$$R_{sc} = R_s = 347\,826 \text{ кПа} < 400\,000 \text{ кПа.}$$

Максимальные усилия в элементе:

$$N = N_v + N_h = 900 + 100 = 1\,000 \text{ кН;}$$

$$M = M_v + M_h = 160 + 110 = 270 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Согласно п. 8.1.7 [1] находим эксцентриситеты для статически неопределимой конструкции:

$$e_a = \max\left(\frac{1}{600} \cdot l; \frac{1}{30} \cdot h; 10 \text{ мм}\right) = \max(0.008; 0.0133; 0.01) = 0.0133 \text{ м};$$

$$e_{st} = \frac{M}{N} = \frac{270}{1\,000} = 0.27 \text{ м};$$

$$e_0 = e_{st} = 0.27 \text{ м} > e_a.$$

Находим площадь продольного армирования колонны при внецентренном сжатии.

Допускается производить расчёт конструкций по недеформированной схеме, учитывая влияние прогиба элемента на его прочность $e_0 \cdot \eta$. При этом должно выполняться условие:

$$\frac{l_0}{i} = \frac{5.76}{0.115} = 49.88 > 14,$$

где

$$l_0 = 1.2 \cdot l = 1.2 \cdot 6 = 7.2 \text{ м} - \text{расчётная длина элемента};$$

$$i = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{0.002133}{0.16}} = 0.115 \text{ м} - \text{радиус инерции}.$$

Коэффициент η рассчитывается согласно формуле 8.14 и положениям п. 8.1.15 [1]:

$$h_0 = h - a = 0.4 - 0.05 = 0.35 \text{ м} - \text{рабочая высота сечения};$$

$$M_1 = M + N \cdot \left(\frac{h_0 - a'}{2}\right) = 270 + 1\,000 \cdot \left(\frac{0.35 - 0.05}{2}\right) = 420 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{l1} = M_l + N_l \cdot \left(\frac{h_0 - a'}{2}\right) = 150 + 800 \cdot \left(\frac{0.35 - 0.05}{2}\right) = 270 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\varphi_l = 1 + \frac{M_{l1}}{M_1} = 1 + \frac{270}{420} = 1.643;$$

$$0.15 < \delta_e = \frac{e_0}{h} = \frac{0.2700}{0.4} = 0.675 < 1.5;$$

$$k_s = 0.7;$$

$$k_b = \frac{0.15}{\varphi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} = \frac{0.15}{1.643 \cdot (0.3 + 0.675)} = 0.094;$$

$$I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.4 \cdot 0.4^3}{12} = 0.002133 \text{ м}^4.$$

Предварительно примем процент площади армирования от площади сечения бетона для растянутой и сжатой арматуры $\mu_s = \mu'_s = 1\% > \mu_{min}$. Тогда согласно п. 10.3.6 [1]:

$$A_s = \frac{\mu_s}{100\%} \cdot b \cdot h_0 = \frac{1}{100} \cdot 0.4 \cdot 0.35 = 0.001400 \text{ м}^2 = 1\,400 \text{ мм}^2;$$

$$A'_s = A_s = 1\,400 \text{ мм}^2.$$

Тогда:

$$I_s = A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 + A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - a'\right)^2 = 2 \cdot 0.001400 \cdot \left(\frac{0.4}{2} - 0.05\right)^2 = 0.000063 \text{ м}^4;$$

$$D = k_b \cdot E_b \cdot I_b + k_s \cdot E_s \cdot I_s = 0.094 \cdot 30\,000\,000 \cdot 0.002133 + 0.7 \cdot 200\,000\,000 \cdot 0.000063 = \\ = 14\,813 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{l_0^2} = \frac{3.14^2 \cdot 14\,813}{5.76^2} = 4\,407 \text{ кН};$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1\,000}{4\,407}} = 1.294.$$

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{1.74 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.534,$$

где

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{347\,826}{200\,000\,000} = 1.74 \cdot 10^{-3} - \text{относительная деформация растянутой арматуры при} \\ \text{напряжениях, равных } R_s, \text{ определяемая по формуле 8.2 [1];}$$

$$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3} - \text{относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных } R_b, \\ \text{принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.}$$

Вычисляем коэффициенты α_n , α_{m1} и δ по положениям п. 3.2.44 и формулам 3.96 и 3.97 [2]:

$$\alpha_n = \frac{N}{R_b \cdot b \cdot h_0} = \frac{1\,000}{14\,231 \cdot 0.4 \cdot 0.35} = 0.502;$$

$$\alpha_{m1} = \frac{M \cdot \eta + N \cdot \frac{h_0 - a'}{2}}{R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{270 \cdot 1.294 + 1\,000 \cdot \frac{0.35 - 0.05}{2}}{14\,231 \cdot 0.4 \cdot 0.35^2} = 0.716;$$

$$\delta = \frac{a'}{h_0} = \frac{0.05}{0.35} = 0.143.$$

Так как $\alpha_n = 0.502 < \xi_R = 0.534$, вычисляем требуемую площадь симметричной продольной арматуры по формуле 3.93 [2]:

$$A_s = A'_s = \frac{R_b \cdot b \cdot h_0}{R_s} \cdot \frac{\alpha_{m1} - \alpha_n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_n}{2}\right)}{1 - \delta} = \frac{14\,231 \cdot 0.4 \cdot 0.35}{347\,826} \cdot \frac{0.716 - 0.502 \cdot \left(1 - \frac{0.502}{2}\right)}{1 - 0.143} = \\ = 0.002272 \text{ м}^2 = 2\,272 \text{ мм}^2.$$

Вычисляем процент армирования согласно п. 10.3.6 [1]:

$$\mu_s = \frac{A_s}{b \cdot h_0} \cdot 100\% = \frac{0.002272}{0.4 \cdot 0.35} = 1.62\%;$$

$$\mu_{sc} = \mu_s = 1.62\%,$$

что больше предварительно принятого значения 1%.

Повторим расчёт, используя вычисленные площади армирования $A_s = A'_s = 2\,272 \text{ мм}^2$ ($\mu_s = \mu'_s = 1.62\%$):

$$I_s = 0.000102 \text{ м}^4;$$

$$D = 20\,308 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$N_{cr} = 6\,041 \text{ кН};$$

$$\eta = 1.198;$$

$$\alpha_{m1} = 0.679;$$

$$A_s = A'_s = 0.002026 \text{ м}^2 = 2\,026 \text{ мм}^2;$$

$$\mu_s = \mu'_s = 1.45\%.$$

Повторим расчёт, используя вычисленные площади армирования $A_s = A'_s = 2\,026 \text{ мм}^2$ ($\mu_s = \mu'_s = 1.45\%$):

$$I_s = 0.000091 \text{ м}^4;$$

$$D = 18\,756 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$N_{cr} = 5\,580 \text{ кН};$$

$$\eta = 1.218;$$

$$\alpha_{m1} = 0.687;$$

$$A_s = A'_s = 0.002078 \text{ м}^2 = 2\,078 \text{ мм}^2;$$

$$\mu_s = \mu'_s = 1.48\%.$$

Повторим расчёт, используя вычисленные площади армирования $A_s = A'_s = 2\,078 \text{ мм}^2$ ($\mu_s = \mu'_s = 1.48\%$):

$$I_s = 0.000093 \text{ м}^4;$$

$$D = 19\,082 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$N_{cr} = 5\,677 \text{ кН};$$

$$\eta = 1.214;$$

$$\alpha_{m1} = 0.685;$$

$$A_s = A'_s = 0.002066 \text{ м}^2 = 2\,066 \text{ мм}^2;$$

$$\mu_s = \mu'_s = 1.48\%,$$

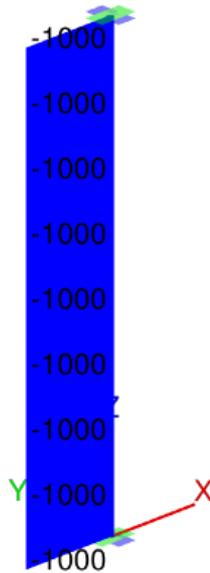
что равно предварительно принятому значению 1.48%.

Принимаем значения $A_s = A'_s = 2\,413 \text{ мм}^2$ (3Ø32).

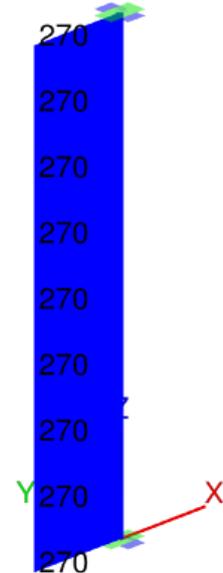
РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ



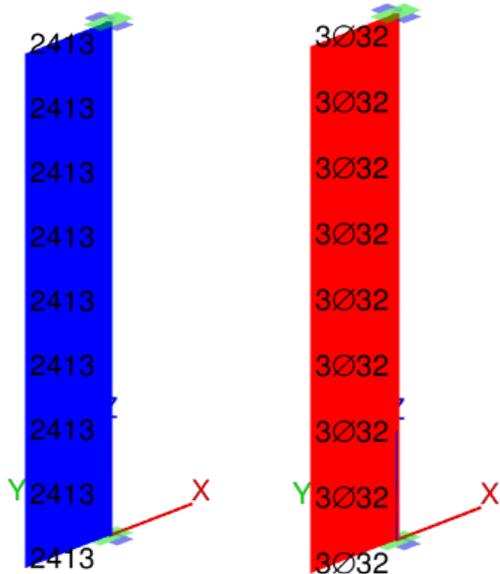
Общий вид модели



Продольные усилия, кН

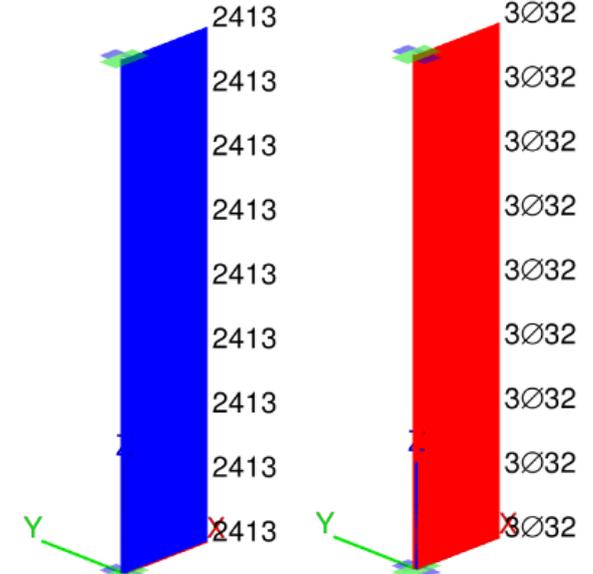
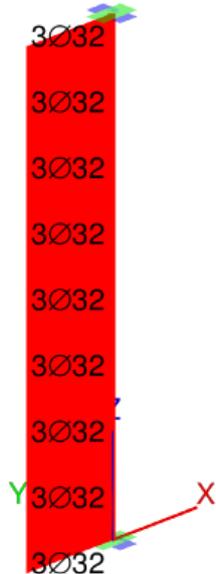


Изгибающие моменты, кН·м



Площадь растянутого продольного армирования в сечении, мм²

Количество и диаметр растянутых стержней



Площадь сжатого продольного армирования в сечении, мм²

Количество и диаметр сжатых стержней

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Площадь сжатого продольного армирования, мм ²	2 413 (3Ø32)	2 413 (3Ø32)	0.0
Площадь растянутого продольного армирования, мм ²	2 413 (3Ø32)	2 413 (3Ø32)	0.0

ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.
2. Методическое пособие к СП 63.13330 «Расчёт железобетонных конструкций без предварительно напряжённой арматуры». Москва, 2015.