

## ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОЙ КОЛОННЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С СИММЕТРИЧНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

### ОПИСАНИЕ ПРИМЕРА

Рассматривается железобетонная колонна нижнего этажа рамного каркаса с сечением шириной  $b = 400$  мм и высотой  $h = 500$  мм. Высота этажа 6 м. Используется тяжёлый бетон класса В25 и арматура класса А400. Площадь сечения растянутой и сжатой арматуры  $A_s = A'_s = 1\,847$  мм<sup>2</sup> (3Ø28). Защитные слои арматуры  $a = a' = 50$  мм.

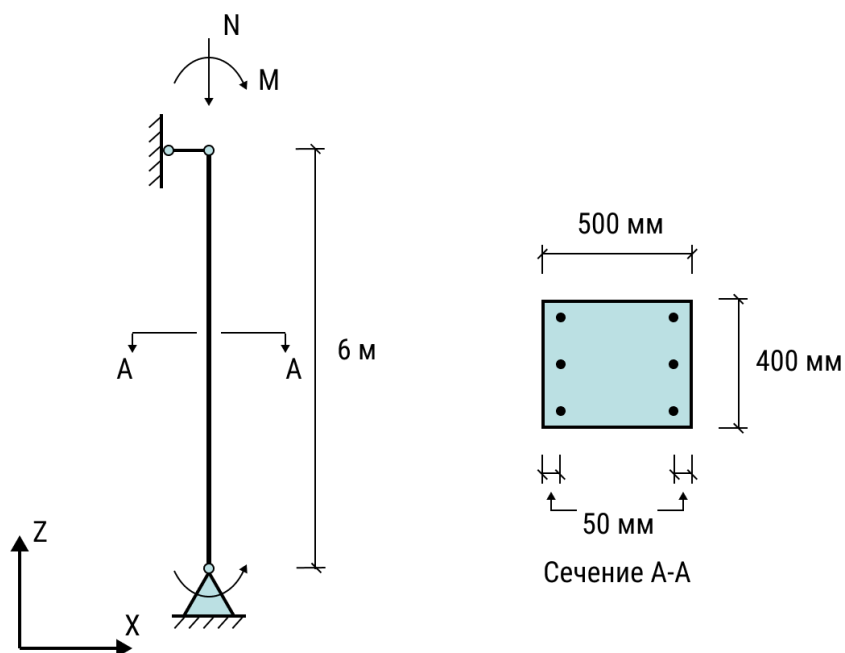
Продольная сила и изгибающие моменты в опорном сечении от нагрузок:

- вертикальных полных  $N_p = 2\,200$  кН,  $M_p = 250$  кН·м,
- вертикальных постоянных и длительных  $N_l = 2\,100$  кН,  $M_l = 230$  кН·м;
- ветровых  $M_h = 53$  кН·м.

Определяется коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии. Коэффициент расчётной длины колонны  $\mu_x = 1.0$ . Конструкция статически неопределимая.

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Для получения требуемых усилий в сечении колонны условия опирания и приложение нагрузок моделируются упрощённо.



#### Свойства сечения

$h = 500$ мм	– высота сечения
$b = 400$ мм	– ширина сечения
$a = a' = 50$ мм	– защитный слой до центра тяжести растянутой и сжатой арматуры
$A_s = A'_s = 1\,847$ мм <sup>2</sup>	– площадь сечения растянутой и сжатой продольной арматуры

Свойства материалов

Бетон В25

$E_b = 30\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{bn} = 18\,500 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление сжатию

Арматура А400 – продольная

$E_s = 200\,000\,000 \text{ кН/м}^2$	– модуль упругости
$R_{sn} = 400\,000 \text{ кН/м}^2$	– нормативное сопротивление

Коэффициенты

$\gamma_b = 1.3$	– коэффициент надёжности по бетону при сжатии
$\gamma_{b1} = 1.0$	– коэффициенты условий работы бетона
$\gamma_{b2} = 1.0$	
$\gamma_{b3} = 1.0$	
$\gamma_{b4} = 1.0$	
$\gamma_{b5} = 1.0$	
$\gamma_s = 1.15$	– коэффициент надёжности по арматуре

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Расчёт производится с использованием формул раздела 8 [1].

Определяем расчётные характеристики бетона и арматуры.

Согласно формуле 6.1 и положениям п. 6.1.12 [1] определяем расчётное сопротивление бетона осевому сжатию:

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b} \cdot \gamma_{b1} \cdot \gamma_{b2} \cdot \gamma_{b3} \cdot \gamma_{b4} \cdot \gamma_{b5} = \frac{18\,500}{1.3} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 = 14\,231 \text{ кПа.}$$

Согласно формуле 6.10 и положениям п. 6.2.8 [1] определяем расчётное сопротивление продольной арматуры класса А400 на растяжение и сжатие:

$$R_s = \frac{R_{sn}}{\gamma_s} = \frac{400\,000}{1.15} = 347\,826 \text{ кПа;}$$

$$R_{sc} = R_s = 347\,826 \text{ кПа} < 400\,000 \text{ кПа.}$$

Максимальные усилия в элементе:

$$N = N_v + N_h = 2\,200 + 0 = 2\,200 \text{ кН;}$$

$$M = M_v + M_h = 250 + 53 = 303 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Согласно п. 8.1.7 [1] находим эксцентриситеты для статически неопределимой конструкции:

$$e_a = \max\left(\frac{1}{600} \cdot l; \frac{1}{30} \cdot h; 10 \text{ мм}\right) = \max(0.01; 0.0167; 0.01) = 0.0167 \text{ м};$$

$$e_{st} = \frac{M}{N} = \frac{303}{2\,200} = 0.1377 \text{ м};$$

$$e_0 = e_{st} = 0.1377 \text{ м} > e_a.$$

Находим коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии.

Допускается производить расчёт конструкций по недеформированной схеме, учитывая влияние прогиба элемента на его прочность  $e_0 \cdot \eta$ . При этом должно выполняться условие:

$$\frac{l_0}{i} = \frac{6}{0.144} = 41.57 > 14,$$

где

$$l_0 = 1.0 \cdot l = 1.0 \cdot 6 = 6 \text{ м} - \text{расчётная длина элемента};$$

$$i = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{0.004167}{0.2}} = 0.144 \text{ м} - \text{радиус инерции}.$$

Коэффициент  $\eta$  рассчитывается согласно формуле 8.14 и положениям п. 8.1.15 [1]:

$$h_0 = h - a = 0.5 - 0.05 = 0.45 \text{ м} - \text{рабочая высота сечения};$$

$$M_1 = M + N \cdot \left(\frac{h_0 - a'}{2}\right) = 303 + 2\,200 \cdot \left(\frac{0.45 - 0.05}{2}\right) = 743 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{l1} = M_l + N_l \cdot \left(\frac{h_0 - a'}{2}\right) = 230 + 2\,100 \cdot \left(\frac{0.45 - 0.05}{2}\right) = 650 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\varphi_l = 1 + \frac{M_{l1}}{M_1} = 1 + \frac{650}{743} = 1.875;$$

$$0.15 < \delta_e = \frac{e_0}{h} = \frac{0.1377}{0.5} = 0.275 < 1.5;$$

$$k_s = 0.7;$$

$$k_b = \frac{0.15}{\varphi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} = \frac{0.15}{1.875 \cdot (0.3 + 0.275)} = 0.139;$$

$$I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.4 \cdot 0.5^3}{12} = 0.004167 \text{ м}^4;$$

$$I_s = A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 + A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - a'\right)^2 = 2 \cdot 0.001847 \cdot \left(\frac{0.5}{2} - 0.05\right)^2 = 0.000148 \text{ м}^4;$$

$$D = k_b \cdot E_b \cdot I_b + k_s \cdot E_s \cdot I_s = 0.139 \cdot 30\,000\,000 \cdot 0.004167 + 0.7 \cdot 200\,000\,000 \cdot 0.000148 = \\ = 38\,066 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{l_0^2} = \frac{3.14^2 \cdot 38\,066}{6^2} = 10\,436 \text{ кН};$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{2\,200}{10\,436}} = 1.267.$$

Вычисляем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона согласно формуле 8.1 [1]:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0.8}{1 + \frac{1.74 \cdot 10^{-3}}{3.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.534,$$

где

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{347\,826}{200\,000\,000} = 1.74 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных } R_s, \text{ определяемая по формуле 8.2 [1];}$$

$$\varepsilon_{b2} = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных } R_b, \text{ принимаемая в соответствии с п. 6.1.20 [1] при непродолжительном действии нагрузки.}$$

Предположим, что  $\xi < \xi_R$ , тогда по формуле 8.12 [1] высота сжатой зоны бетона находится как:

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{N}{R_b \cdot b} = \frac{2\,200}{14\,231 \cdot 0.4} = 0.386 \text{ м,}$$

тогда

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0.386}{0.45} = 0.859.$$

Так как  $\xi > \xi_R$ , то предположение неверно, и сжатая зона бетона определяется по формуле 8.13 [1]:

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s \cdot \frac{1 + \xi_R}{1 - \xi_R} - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b + \frac{2 \cdot R_s \cdot A_s}{h_0 \cdot (1 - \xi_R)}} = \frac{2\,200 + 347\,826 \cdot 0.001847 \cdot \left(\frac{1 + 0.534}{1 - 0.534} - 1\right)}{14\,231 \cdot 0.4 + \frac{2 \cdot 347\,826 \cdot 0.001847}{0.45 \cdot (1 - 0.534)}} = 0.311 \text{ м.}$$

Эксцентриситет находим по формуле 8.11 [1]:

$$e = e_0 \cdot \eta + \frac{h_0 - a'}{2},$$

то есть

$$N \cdot e = N \cdot \left( e_0 \cdot \eta + \frac{h_0 - a'}{2} \right) = N \cdot e_0 \cdot \eta + \frac{N}{2} \cdot (h_0 - a').$$

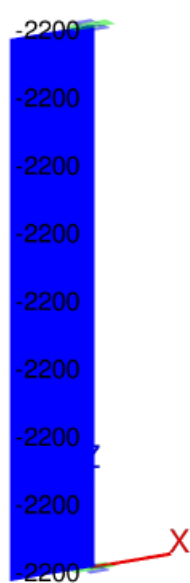
Коэффициент использования колонны по прочности находим по формуле 8.10 [1], перенеся слагаемое  $\frac{N}{2} \cdot (h_0 - a')$  в знаменатель:

$$K_{исп} = \frac{N \cdot e_0 \cdot \eta}{R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + \left( R_{sc} \cdot A'_s - \frac{N}{2} \right) \cdot (h_0 - a')} = \frac{2\,200 \cdot 0.1377 \cdot 1.267}{14\,231 \cdot 0.4 \cdot 0.311 \cdot (0.45 - 0.5 \cdot 0.311) + \left( 347\,826 \cdot 0.001847 - \frac{2\,200}{2} \right) \cdot (0.45 - 0.05)} = 1.135.$$

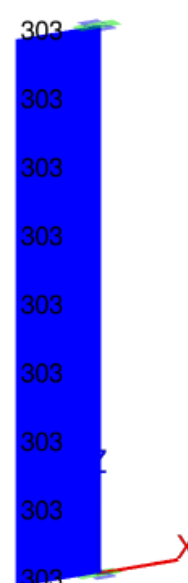
РАСЧЁТ В ПЛАГИНЕ



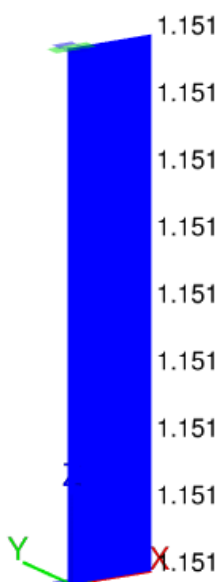
Общий вид модели



Продольные усилия, кН



Изгибающие моменты, кН·м



Коэффициенты использования колонны по прочности при внецентренном сжатии

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметр для сравнения	SV Plugins	Аналитический расчёт	Отн. погрешность, %
Максимальный коэффициент использования колонны по прочности при внецентренном сжатии	1.151	1.135	1.4

ССЫЛКИ

1. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (с Изменением N 1). Москва, 2019.